

PEMERKIRAAN PARAMETER TUMBUKAN MODEL VISKOELASTIK TAK LINIER BERBENTUK BOLA DENGAN MENGGUNAKAN METODA PELACAK PARAMETER

Budi Rahardjo
Fakultas Teknologi Pertanian
Universitas Gadjah Mada Yogyakarta

ABSTRACT

The parameter tracking method was used to estimate the parameters of non linear viscoelastic spherical model during impact. A set of impact data of free falling indoor lacrosse ball used to estimate the parameters of the model. The results indicated that the three parameters of the impact can be determined by the method appropriately. The impact parameters of non linear viscoelastic spherical object can be estimated with a single set of impact data.

PENDAHULUAN

Tumbukan atau *impact* telah digunakan untuk mengukur parameter viskoelatik benda-benda berbentuk bola atau buah. Fenomena ini banyak diteliti untuk mengkaitkan parameter tumbukan dengan kerusakan mekanis dan kekenyalan (*firmness*) buah. Holt dan Schrool (1977) mendapatkan hubungan yang nyata antara volume rusak memar dengan energi yang terserap dari tumbukan dan dari penekanan lambat pada buah apel. Dengan menggunakan tumbukan pendulum, Nobel (1985) menunjukkan hubungan yang meyakinkan antara tumbukan dan kerusakan memar pada ubi kentang. Dewilche (1987) memperlihatkan bahwa waktu dan karakter frekuensi dari tumbukan dapat digunakan untuk menduga kekenyalan buah. Lebih lanjut Dewilche et al. (1987) menganalisis gaya tumbuk buah kersik (*peach*) saat menabrak permukaan keras sebagai usahanya untuk menduga kekenyalan dan kemasakan buah. Horsfield et al. (1972) mempelajari fenomena tumbukan untuk meminimalkan rusak memar dan untuk merancang bantalan penangkap buah pada pemanen dan peralatan penanganan buah. Lebih lanjut Rohrbach et al. (1982) menggunakan gaya puncak pada kurva gaya tumbuk-waktu buah beri biru (*blueberry*) pada permukaan keras untuk mengkuantitatif-kan kekenyalannya.

Penelitian tumbukan umumnya menggunakan tabrak-an benda jatuh bebas pada permukaan keras dan padat atau tumbukan massa benda keras pada benda viskoelastik (Fluc dan Ahmed, 1973). Lichtensteiger et. al. (1988) menggunakan peralatan benda jatuh bebas untuk mencari parameter tumbukan benda berbentuk bola dan buah

tomat. Mereka menggunakan *piezoelectric impact transducer* dan *digital oscilloscope* untuk menayangkan kurva gaya-waktu.

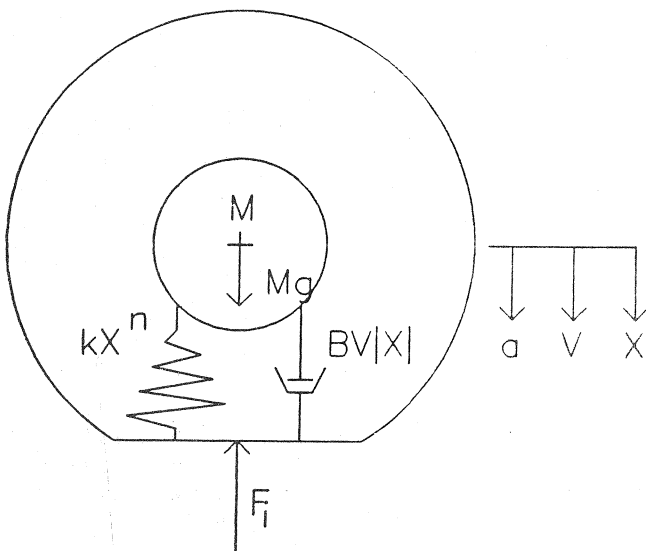
Beberapa model telah dikembangkan untuk mempelajari tumbukan benda viskoelastik yang berbentuk bola. Perilaku keviskoelastikan benda berbentuk bola sering ditunjukkan dengan model linier oleh Kelvin (Lichtensteiger et al., 1988, Mohsenin, 1986, Peleg, 1985). Namun demikian model Kelvin tersebut tidak dapat mewakili perilaku keviskoelastikan benda-benda berbentuk bola yang sebenarnya. Beberapa model viskoelatik tak linier telah dikemukakan untuk menggambarkan perilaku keviskoelastikan benda tersebut dengan lebih tepat. Model ini dapat menduga gaya tumbuk lebih tepat daripada dugaan dengan menggunakan model viskoelastik linier. Parameter model viskoelastik tak linier dicari dengan data dari beberapa tumbukan dan dihitung dengan menggunakan metoda statistik yang sesuai.

Doebelin (1980) menguraikan metoda untuk melacak parameter model matematika dari suatu sistem. Dengan menggunakan masukan dan keluaran yang memadai jumlahnya metoda pelacak parameter tersebut dapat mencari parameter model dengan tepat. Metoda ini juga digunakan untuk mencari parameter matematika model yang tak linier. Hanya saja pemakaian metoda pelacak parameter tersebut untuk pencarian parameter model tak linier terbatas pada model dengan parameter pangkat yang sudah ditentukan terlebih dahulu. Rahardjo (1993 dan 1994) dengan model matematika dan dengan simulasi menunjukkan bahwa parameter pangkat pada model viskoelatik tak linier dapat dicari dengan menggunakan metoda pelacak parameter tersebut. Pustaka yang membahas lebih lanjut metoda pelacak parameter untuk mencari parameter pangkat masih terbatas. Sesuai dengan itu tujuan penelitian ini adalah untuk menerapkan metode pelacak parameter pada model benda viskoelastik tak linier berbentuk bola pada saat tumbukan dan mencari faktor pembatas yang menentukan keberhasilan pelacakan tersebut.

LANDASAN TEORI

Gaya tumbuk benda viskoelastik tak linier berbentuk bola merupakan gaya elastik dan gaya peredaman karena sifat keelastikan serta karena sifat keviskusan bahan (Gambar 1). Lichtensteiger (1988) menunjukkan bahwa gaya elastik benda tersebut tidak linier dengan perubahan bentuk (*deformation*). Demikian juga gaya peredaman tidak berhubungan secara linier dengan kecepatan tumbuk (*impact velocity*). Dalam pengamatannya terlihat bahwa pada saat terjadi tumbukan dengan kecepatan awal tumbuk V_c , gaya tumbuk pada saat itu masih nol. Berdasarkan hal itu maka gaya tumbuk dapat dikemukakan sebagai persamaan berikut (Lichtensteiger, 1982):

$$F_i = BV|X| + kX^n \quad (1)$$



Gambar 1. Skema penyajian tumbukan benda viskoelastik tak linier berbentuk bola pada permukaan keras dan tegar.

Luas permukaan bidang singgung tumbukan dan volume deformasi sangat kecil dibandingkan dengan volume benda berbentuk bola, karenanya dapat diasumsikan bahwa bagian lain dari benda masih dapat dianggap utuh. Dengan demikian massa M benda masih tetap terkumpul pada titik tengah bola dan dapat dianggap massanya sama dengan massa benda seluruhnya. Dengan demikian persamaan diferensial gaya yang bekerja pada titik pusat bola dapat dikemukakan sebagai berikut:

$$ma = mg - (BV|X| + kX^n) \quad (2)$$

Dengan modifikasi persamaan (2) dapat digunakan untuk mencari percepatan tumbuk a . Selanjutnya integrasi percepatan tumbuk a akan dapat digunakan untuk mencari kecepatan tumbuk V sebagai berikut:

$$V = V_c - \int_0^t \left(g - \frac{BV|X| + kX^n}{m} \right) dt \quad (3)$$

Dengan cara yang sama deformasi atau perubahan bentuk X dapat dicari dari integrasi kecepatan tumbuk V sebagai berikut:

$$X = \int_0^t V dt \quad (4)$$

Untuk kecepatan tumbuk V tertentu dan padanan deformasi X , gaya tumbuk dapat diperkirakan dengan menggunakan pemeriksa parameter $\beta(t)$, $\kappa(t)$ dan $\nu(t)$ yang masing-masing untuk parameter B , k dan n (Doebelin, 1980). Dengan menggunakan pemeriksa parameter tersebut, gaya tumbuk dapat dikemukakan sebagai:

$$\Pi = \beta V|X| + \kappa X^\nu \quad (5)$$

Pada mulanya akan terjadi perbedaan antara perkiraan gaya tumbuk dengan gaya tumbuk yang sebenarnya. Berdasarkan hal ini maka kesalahan perkiraan gaya tumbuk diartikan sebagai:

$$E = \Pi - F_i \quad (6)$$

Skema perhitungan $\beta(t)$ menggunakan *steep descent* (Doebelin, 1980). Berdasarkan ini maka laju pemerkiraan $\beta(t)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$\frac{d\beta}{dt} = -G_\beta \frac{\partial E^2}{\partial \beta} \quad (7)$$

Konstan G_β merupakan bilangan konstan positif tak ditentukan yang menentukan laju perubahan pemerkiraan. Harga G_β yang besar sangat diutamakan, namun harga G_β yang terlalu besar dapat menyebabkan ketidak stabilan pemerkiraan parameter. Dari persamaan (6), derivatif parsial E terhadap β dapat dikemukakan sebagai:

$$\frac{\partial E}{\partial \beta} = V|X| \quad (8)$$

Dengan penggabungan persamaan (7) dan (8), pemerkiraan $\beta(t)$ dapat dikemukakan sebagai berikut:

$$\beta(t) = \int_0^t -2 G_\beta EV|X| dt \quad (9)$$

Penyelesaian analitis persamaan (9) menunjukkan bahwa pemerkiraan $\beta(t)$ konvergen ke B. Dengan cara yang sama pemerkiraan $\kappa(t)$ dan $\nu(t)$ dapat dikemukakan sebagai berikut:

$$\kappa(t) = \int_0^t -G_\kappa EX^\nu dt \quad (10)$$

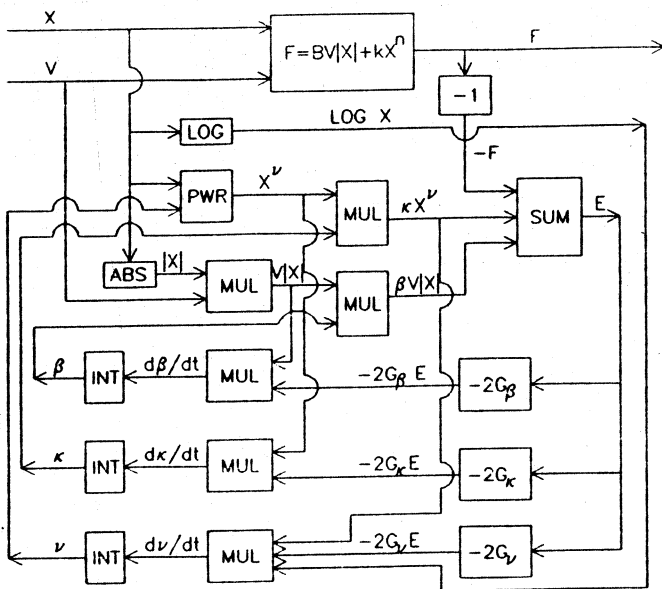
dan

$$\nu(t) = \int_0^t -G_\nu E_\kappa X^\nu \log_e(X) dt \quad (11)$$

Penyelesaian analitis persamaan (10) dan (11) sangat kompleks. Namun dengan menggunakan simulasi dapat diperlihatkan kalau pemerkiraan $\kappa(t)$ dan $\nu(t)$ konvergen ke masing-masing k dan n (Rahardjo, 1994).

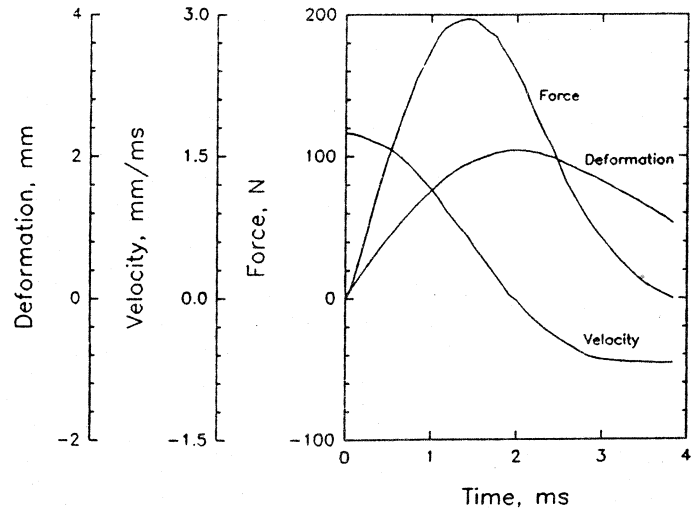
PROSEDUR PENELITIAN

Diagram skema pemerkiraan parameter dengan menggunakan metoda pelacak parameter diperlihatkan pada Gambar 2. Pemerkiraan parameter tumbukan memerlukan dua masukan berupa kecepatan tumbuk V dan pasangan deformasi X serta satu keluaran berupa gaya tumbuk F. Data untuk penelitian ini diambilkan dari hasil pengukuran oleh Lichstensteiger (1988a) berupa tumbukan bola lakrose (*indoor lacrose ball*) yang mempunyai massa 154.7 g dan dijatuhkan dari ketinggian 15 cm. Jatuh bebas massa tersebut dapat menghasilkan



Gambar 2. Skema perhitungan pemerkiraan tiga parameter tumbukan benda berbentuk bola dengan menggunakan metoda pelacak parameter.

kecepatan tumbuk awal V_c sebesar 1.715 mm/ms. Pasangan kecepatan tumbuk V dan deformasi tumbuk X dihitung dari data kurva gaya tumbuk-waktu dengan metoda numerik berdasarkan persamaan (1) sampai (4). Sebanyak 46 pasang data berupa gaya tumbuk, kecepatan tumbuk dan deformasi tumbuk dapat dikumpulkan dari kurva tersebut (Gambar 3). Kumpulan data tersebut digunakan berulang kali untuk memperkirakan ketiga parameter tumbukan sampai ketiga pemerkiraan parameter tersebut konvergen ke suatu harga tertentu. Pemerkiraan dilakukan dengan program metoda numerik yang tersedia (Tutsim, Applied i, Palo Alto, CA, US). Perhitungan pemerkiraan dilakukan dengan interval waktu sebesar 0.05 sekon waktu komputer.

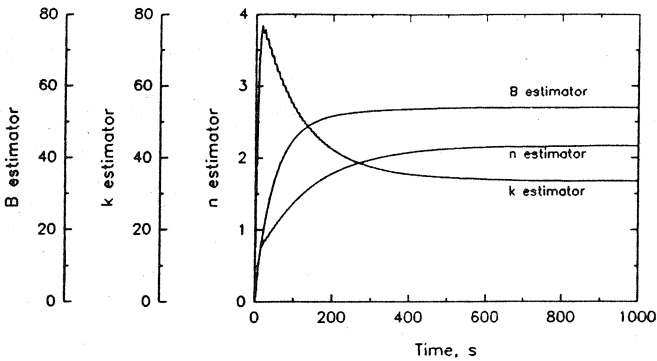


Gambar 3. Gaya, kecepatan dan deformasi bola lakrose (*indoor lacrose ball*) selama tumbukan. Bola mempunyai massa 154.7 g dan jatuh bebas dari ketinggian 15 cm (data diambilkan dari Lichtensteiger et al., 1988a).

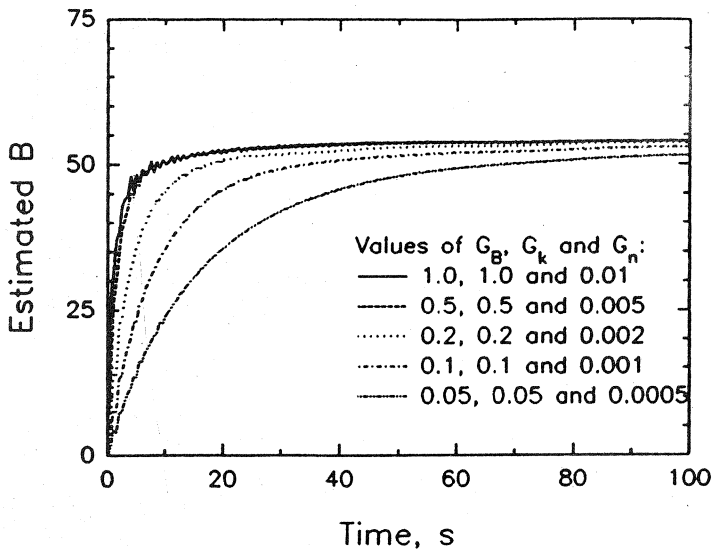
HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil perhitungan pemerkiraan ketiga parameter impak bola viskoleastik dengan menggunakan konstan masing-masing sebesar 0.02, 0.02 dan 0.002 diperlihatkan pada Gambar 4. Ketiga pemerkiraan parameter β , κ dan ν tersebut konvergen masing-masing mendapatkan parameter $B = 54 \text{ N ms/m}^2$, $k = 33 \text{ N/mm}^n$ dan $n = 2.2$. Harga tersebut didapatkan setelah dilakukan perulangan sebanyak sekitar 14000 kali atau selama 700 sekon waktu komputer. Laju konvergensi pemerkiraan parameter ditentukan oleh harga G yang digunakan. Gambar 5 memperlihatkan laju konvergensi dengan menggunakan beberapa harga G. Makin besar harga G akan makin cepat laju konvergensi. Namun dengan G_β ,

G_x dan G_y masing-masing harga 1.0, 1.0 dan 0.01 atau lebih besar dapat menyebabkan perhitungan pemerkiraan berlangsung tidak stabil bahkan dapat terhenti karena error yang cukup besar. Biarpun pemilihan harga G dilakukan dengan secara coba-coba, agaknya harga G_β , G_x dan G_y yang optimal untuk masing-masing adalah 0.5, 0.5 dan 0.005. Masih perlu dikembangkan cara pemilihan ketiga harga G secara analitis.



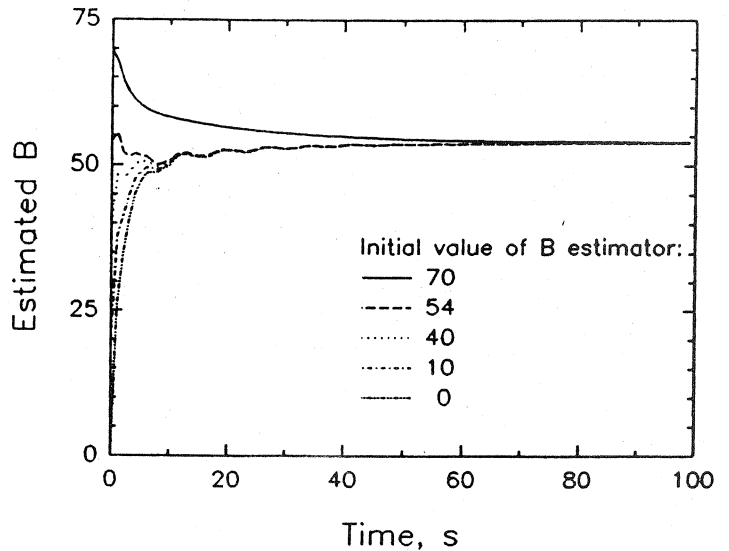
Gambar 4. Pemerkiraan parameter tumbukan bola lakros. Konstan G_β , G_x and G_y yang digunakan masing-masing sebesar 0.05, 0.05 dan 0.005.



Gambar 5. Pemerkiraan parameter B dengan berbagai nilai G_β , G_x dan G_y .

Penggunaan harga awal pemerkiraan dapat juga mempercepat kovergensi pemerkiraan parameter. Gambar 6 memperlihatkan hasil pemerkiraan parameter B dengan menggunakan beberapa harga pemerkiraan awal B. Pada pemerkiraan tersebut harga pemerkiraan parameter k dan n adalah nol dan masing-masing harga G_β , G_x dan G_y

yang digunakan adalah 0.5, 0.5 dan 0.005. Pada gambar tersebut diperlihatkan bahwa berapa harga awal yang digunakan semuanya akan konvergen kepada harga yang sama yaitu 54 N ms/mm². Namun dengan menggunakan harga awal pemerkiraan yang mendekati harga konvergen akan mempercepat konvergensi. Agaknya harga awal pemerkiraan yang optimal adalah sekitar 80% dari harga kovergennya. Dengan menggunakan penggabungan harga awal pemerkiraan dan harga G yang optimal akan didapatkan laju konvergensi yang optimal pula. Gambar 7 memperlihatkan hasil pemerkiraan dengan menggunakan haraga awal pemerkiraan sekitar 80% dan masing-masing harga G_β , G_x dan G_y sebesar 0.5, 0.5 dan 0.005.

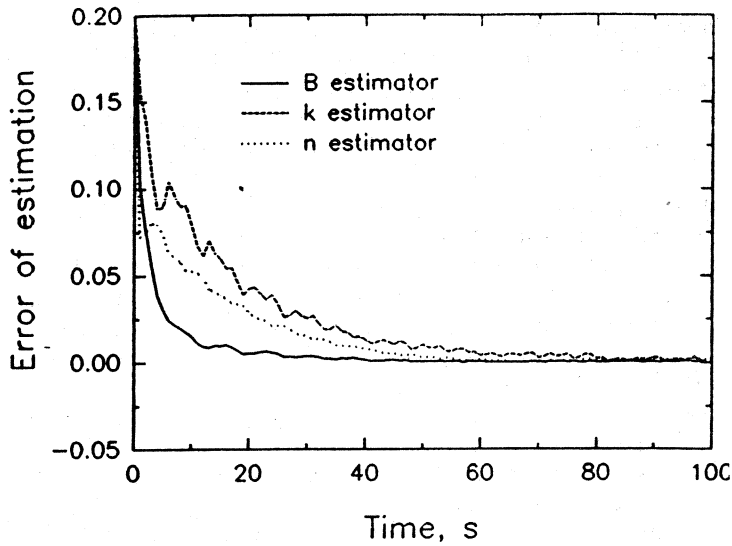


Gambar 6. Pemerkiraan parameter B dengan menggunakan beberapa harga awal pemerkiraan B dan dengan G_β , G_x and G_y masing-masing 0.05, 0.05 dan 0.005.

Kalau kesalahan pemerkiraan parameter diartikan sebagai perbedaan antara pemerkiraan dengan harga konvergensi pemerkiraan, maka normalisasi kesalahan pemerkiraan parameter tersebut dapat dikemukakan sebagai berikut:

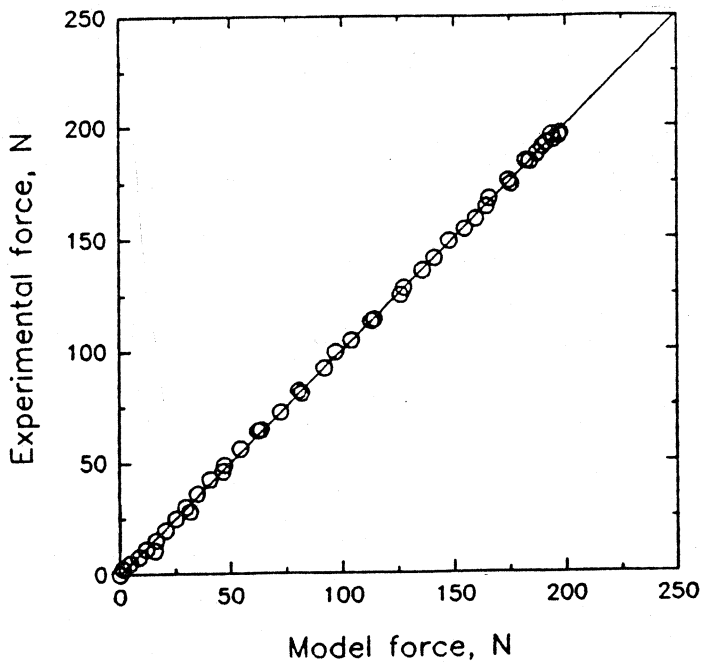
$$E_p = \frac{\text{Abs}[\pi(t) - p]}{p} \quad (12)$$

Dengan menggunakan persamaan 12 untuk masing-masing pemerkiraan parameter maka kesalahan masing-masing pemerkiraan parameter dapat dihitung. Gambar 6 memperlihatkan kesalahan masing-masing pemerkiraan parameter. Nampak pada gambar tersebut untuk didapatkan kesalahan pemerkiraan kurang dari 2% dapat dicapai dengan waktu komputer kurang dari 50 sekon atau 1000 ulangan perhitungan.



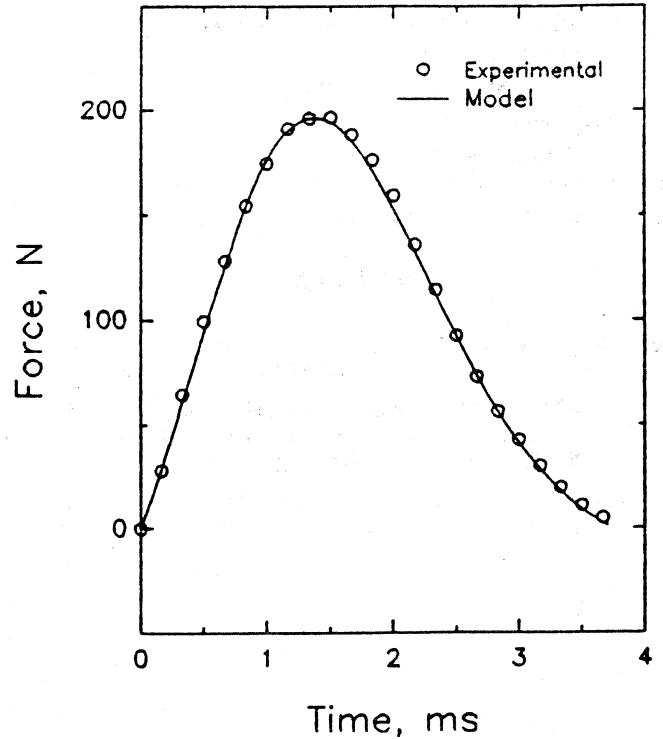
Gambar 7. Kesalahan parameter tumbukan dengan menggunakan nilai awal 80% dari nilai pemerkiraan akhir dan masing-masing G_β , G_x serta G_v adalah 0.05, 0.05 serta 0.005.

Metoda pelacak parameter dapat menghitung ketiga parameter tumbukan dengan baik. Gambar 7 memperlihatkan hubungan antara gaya tumbuk model yang dihitung dengan menggunakan ketiga parameter tumbukan dan gaya tumbuk hasil pengamatan. Gambar 8 memperlihatkan kurva gaya tumbuk dari perhitungan dan dari



Gambar 8. Hubungan antara gaya dari perhitungan dengan menggunakan model tumbukan dan gaya dari hasil pengamatan percobaan.

pengamatan. Terlihat bahwa dengan menggunakan ketiga parameter tumbukan hasil pemerkiraan tersebut dapat dihitung gaya tumbuk sesuai dengan hasil pengamatan. Bagi yang berminat untuk menggunakan keterkaitan salah satu parameter dengan sifat fisikawi suatu produk mungkin laju tersebut diatas masih dianggap lambat. Namun dengan metoda pelacak parameter, ketiga parameter tumbukan dapat ditentukan dengan hanya menggunakan satu set data tumbukan. Mungkin dengan menggunakan komputer berkemampuan yang lebih tinggi hambatan tersebut dapat diatasi.



Gambar 9. Gaya tumbukan bola lakros dari pengamatan percobaan dan dari perhitungan dengan model.

KESIMPULAN

Ketiga parameter tumbukan benda viskoelastik tak linier dapat dicari dengan metoda pelacak parameter. Dengan menggunakan kontan G dan harga pemerkiraan awal yang sesuai ketiga parameter dapat dihitung. Hasil perhitungan ketiga parameter tumbukan dapat memperkirakan gaya tumbuk dengan baiknya. Untuk mengkaitkan hasil perhitungan parameter dengan sifat fisikawi suatu produk, perhitungan parameter masih lambat, namun dengan metode pelacak parameter ketiga parameter dapat dihitung dengan hanya menggunakan satu set data tumbukan.

DAFTAR SIMBUL

B	= faktor peredaman, N ms/mm ² .
E	= kesalahan pemerkiraan.
F _i	= gaya tumbuk, N.
G	= bilangan konstan positif.
g	= gravitasi, 0.009825 mm/ms ² .
k	= konstan pegas, N/mm ⁿ
M	= massa, kg.
n	= konstan.
p	= parameter.
V	= kecepatan tumbuk, mm/ms
V _c	= kecepatan tumbuk awal, mm/ms
X _c	= deformasi, mm.
β	= pemerkira B, N ms/mm ² .
ν	= pemerkira n.
κ	= pemerkira k, N/mm ⁿ
Π	= perkiraan gaya tumbuk, N.
π	= pemerkira parameter.

PUSTAKA

- Dewilche, M. J., (1987). Theory of fruit firmness sorting by impact forces. *Trans. of the ASAE* 30:1160 – 1166, 1171.
- Dewilche, M. J., McDonald, T. dan Bowers, S.V. (1987). Determination of peach firmness by analysis of impact forces. *Trans. of the ASAE* 30(1):249 – 254.
- Doebelin, E. O. (1980). *System dan Modeling. Theoretical and Experimental Approach*. John Wiley and Sons. New York.
- Holt, J. E. dan Schrool, D. (1977). Bruising and energy dissipation in apples. *J. of Texture Studies* (7):421 – 432.
- Horsfield, B. C., Friedley, R. B. dan Claypool, L. L. (1972). Application of theory of elasticity to design of fruit harvesting and handling equipment for minimum bruising. *Trans. of the ASAE* 15(4):746 – 750, 753.
- Lichtensteiger, M. J., Holmes, R. G., Hamdy, M. Y. dan Blaisdell, J. L. (1988). Evaluation of Kelvin Model Coefficients of viscoelastic spheres. *Trans. of the ASAE* 31(2):288 – 292.
- Lichtensteiger, M. J., Holmes, R. G., Hamdy, M. Y. and Blaisdell, J. L. (1988). Impact parameters of spherical viscoelastic objects and tomatoes. *Trans. of the ASAE* 31(2):595 – 602.
- Mohsenin, N. N. (1986). *Physical Properties of Plant and Animal Materials*. Second updated and revised edition. Gordon and Breach Science Publishers. New York.
- Noble, R. (1985). The relationship between impact and internal bruising in potato tubers. *J. Agric. Engng. Res.* 32:111 – 121.
- Peleg, K. (1985). *Produce Handling, Packaging and Distribution*. AVI Publishing Company, Inc. Westport.
- Rahardjo, B. (1993). Model matematika pemerkiraan parameter sifat fisikawi bahan makanan dengan metode penjejak parameter. *Agritech* 13(1):14 – 19.
- Rahardjo, B. (1994). Simulasi pemerkiraan parameter sifat fisikawi bahan makanan dengan metode penjejak parameter. *Agritech* 14(2):7 – 13.
- Rohrbach, R. P., Franke, J. E. dan Willits, D. H. (1982). A firmness sorting criterion for blueberries. *Trans. of the ASAE* 25(2):261 – 265.