

Kontrol Motor DC dengan Kendali *Linear Quadratic Regulator* dan Filter Kalman Menggunakan GUI MATLAB

Imroatul Hudati^{1,*}, Nurul Izzah Wijayakusuma¹, Aditya Yusuf Ismail¹, Alfonzo Aruga Paripurna Barus¹,
Hendi Budiando¹

¹Departemen Teknik Elektro dan Informatika, Universitas Gadjah Mada; nurulizzah@mail.ugm.ac.id,
adityayusuf00@mail.ugm.ac.id, adityayusuf00@mail.ugm.ac.id, hendi.b@mail.ugm.ac.id

*Korespondensi: imroatul.hudati@ugm.ac.id

Abstract – DC motor is one of the electronic devices that is used in the robotic, industry and sometime can be found in daily life. DC motors usage is quite a lot, where the user is expected to be able monitor the speed or the position of the DC motor and be able to make adjustments. Noise is a part that cannot be ignored in controlling the motor DC speed. Numerous studies have been conducted. Previous research monitored the system response without considering the noise. The aims of this study are to implement the linear quadratic regulator (LQR) control and provide noise in the form of random number which will be filtered using a Kalman filter to reduce the noise and achieve a more stable system response. The provision of control and filter methods will be monitored by the user through an easy-to-understand display. The LQR control method will be given to DC motors in order to reduce the error between the output and input. LQR control use six variations of the Q index weighting will be given with an R value of 1. The most optimal Q result is [0.1 0 0; 0 0.1 0; 0 0 0.1] with a rise time is 2.20 seconds and a peak overshoot is 0.09 and the system response results are displayed. in the MATLAB GUI with the addition results after being given a Kalman filter.

Keywords – DC motor, LQR, Kalman Filter, MATLAB GUI

Intisari – Penggunaan Motor DC menjadi salah satu perangkat elektronik yang digunakan pada bidang robotika, industri bahkan banyak ditemui dalam kehidupan sehari – hari. Penggunaan motor DC yang cukup banyak, di mana user diharapkan dapat memantau kecepatan atau posisi motor DC dan dapat melakukan pemantauan terhadap noise yang terjadi pada sistem. Terdapat banyak penelitian yang telah dilakukan. Penelitian sebelumnya hanya memantau respons sistem tanpa memperhatikan noise yang dihasilkan. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan kendali *linear quadratic regulator* (LQR) dan memberikan noise berupa random number yang kemudian diberi filter Kalman sehingga noise tersebut dapat dikurangi dan respon sistem menjadi lebih stabil. Pemberian metode kendali dan filter diharapkan dapat dipantau oleh user melalui sebuah tampilan yang mudah dipahami. Metode kendali LQR akan diberikan kepada motor DC untuk mengurangi besarnya kesalahan antara output terhadap input. Pada kendali LQR akan diberikan enam variasi pembobotan indeks Q dengan R bernilai 1 didapatkan hasil Q yang paling optimal ialah [0,1 0 0; 0,1 0 0; 0 0 0,1] dengan rise time sebesar 2,20 detik dan peak overshoot sebesar 0,09 dan hasil respons sistem ditampilkan pada GUI MATLAB dengan adanya penambahan hasil sistem setelah diberikan filter Kalman.

Kata kunci – kecepatan motor DC, LQR, filter Kalman, GUI MATLAB

I. PENDAHULUAN

Motor DC merupakan salah satu bagian penting sebagai aktuator dalam sebuah sistem seperti sebagai penggerak lengan robot, konveyor pada industri, penggerak alternator [1] dan lain sebagainya. Motor DC menjadi perangkat yang cukup penting yang menyebabkan terdapat berbagai penelitian untuk mengendalikan posisi dan kecepatan motor DC. Kecepatan dan posisi motor DC tersebut harus dapat diamati oleh pengguna agar pengendalian dapat lebih mudah untuk dilakukan. Pada penggunaan motor DC, sangat erat kaitannya dengan adanya noise. Hal inilah yang menyebabkan sistem dibuat agar dapat lebih tahan terhadap noise yang dihasilkan oleh sistem itu sendiri.

Kontrol optimal menjadi salah satu pendekatan kontrol modern yang diterapkan pada motor DC untuk mengatur kecepatan dengan mengintegrasikan optimisasi ke desain pengontrol yang tidak optimal [2]. Pengendalian kecepatan motor DC terdapat masukan dan keluaran yang dapat dikontrol dengan cara membuat pemodelan sistem, salah satunya ialah model *state space* atau ruang keadaan. Hal ini dapat diterapkan pada salah satu metode kontrol yang digunakan dalam sistem kontrol optimal yaitu *linear quadratic regulator* (LQR) [3], [4].

Penelitian pada pengendalian motor DC sudah banyak dilakukan seperti pada penelitian [5], yang melakukan pengendalian terhadap motor DC dengan menggunakan kendali PID. Hasil kendali akan ditampilkan pada tampilan *front panel* LabVIEW. Kendali dan tampilan pada penelitian ini telah berjalan dengan baik, tetapi sistem belum memberikan filter pada noise. Seperti yang dapat dilihat pada hasil penelitian, hasil noise yang diberikan cukup besar. Pada penelitian [6], dilakukan kendali kecepatan motor DC dengan menggunakan metode PID yang ditala dengan menggunakan metode *Ant Colony*. Penalaan yang dilakukan masih kurang tepat sehingga hasil respons menunjukkan redaman yang cukup besar. Pada penelitian [7], dilakukan pengendalian motor DC dengan menggunakan metode MRAC PID. Metode MRAC PID merupakan penggabungan dua metode, di mana PID akan membantu MRAC memperkecil kesalahan yang dihasilkan oleh output sistem. Pada penelitian ini dilakukan uji coba ketahanan sistem terhadap gangguan dengan menganalisis diagram Bode. Pada diagram tersebut akan ditampilkan respons frekuensi sehingga dapat diamati besar nilai *gain* yang dapat ditoleransi oleh sistem. Penelitian ini masih terpaku pada hasil simulasi dan belum mempertimbangkan beberapa keadaan lain seperti adanya noise yang kemungkinan besar dapat terjadi.

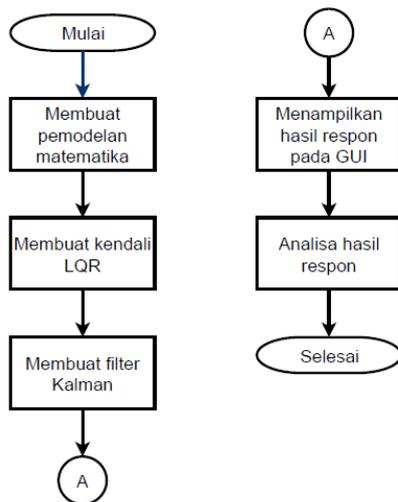
Pada penelitian ini sistem yang dipilih ialah sistem pemodelan motor DC dengan menggunakan kendali LQR. Pengontrol LQR memiliki dua buah parameter yang harus ditentukan untuk menghasilkan aksi kontrol yang diharapkan, yaitu matriks bobot Q dan R [8]. Namun, terdapat kemungkinan jika pada hasil LQR terdapat *noise* sehingga akan mempengaruhi hasil respons sistem. *Noise* yang diberikan pada penelitian ini merupakan *random number* yang ditambahkan pada hasil kendali LQR dan filter Kalman digunakan sebagai filter yang berfungsi untuk mereduksi hasil respons sistem yang mengandung *noise*. Pada penelitian ini dilakukan *tuning* pembobotan indeks Q melalui eksperimen dan hasil dari setiap variasi akan dibandingkan sehingga dapat mengetahui bobot Q yang paling optimal yaitu yang memiliki *rise time* cepat dan *peak overshoot* kecil. Pada penelitian ini juga dikembangkan GUI dengan menggunakan MATLAB untuk mengamati hasil respons sistem yang dihasilkan.

II. METODOLOGI

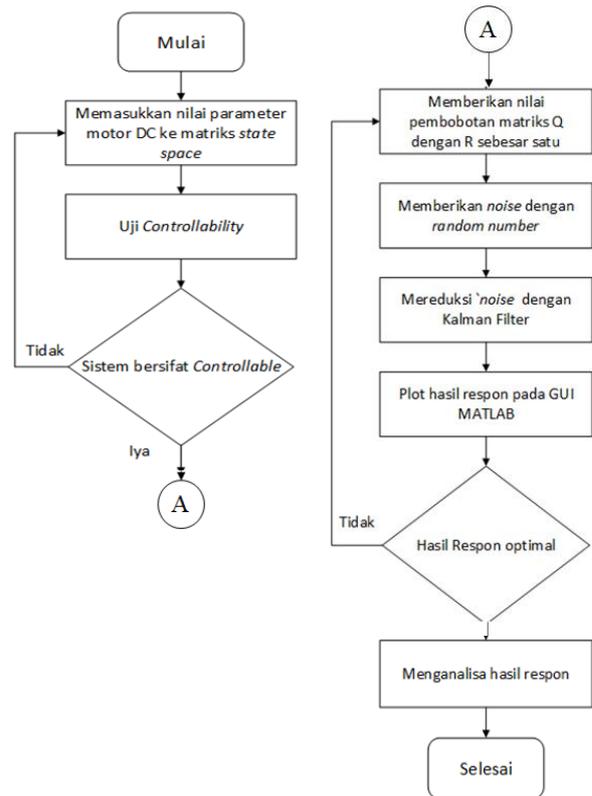
Pada penelitian ini, terdapat beberapa langkah yang dilakukan agar didapatkan hasil yang diharapkan. Gambar 1 menunjukkan rancangan dari penelitian ini. Pada tahap awal, dilakukan perancangan model matematika dari motor DC yang selanjutnya akan diberikan kendali LQR terhadap sistem tersebut. Hasil pengukuran diberikan *noise* berupa *white noise*, yang selanjutnya hasil pengukuran akan masuk menuju *filter Kalman*. Hasil respons akan diamati pada GUI MATLAB.

A. Flowchart

Perancangan sistem menggunakan *software* MATLAB baik dalam perhitungan model matematis, pengujian *controllability*, pemberian *noise* dan filter Kalman, pengambilan data dan perhitungan *mean square error* (MSE). Pada pengujian sistem, dilakukan sebanyak enam variasi dan pada setiap variasi diambil 30 data untuk perhitungan MSE yang akan berpengaruh dalam penentuan indeks performansi yang paling optimal untuk sistem. Gambar 2 menunjukkan bagan alir program pada MATLAB.



Gambar 1. Blok diagram rancangan penelitian



Gambar 2. Bagan alir program utama

B. Perancangan Model Matematis Motor DC

Sesuai dengan representasi motor DC, berdasarkan hukum II Newton akan didapatkan (1).

$$J\ddot{\theta} = T - \omega - d \tag{1}$$

$$T = K_{Ti} \tag{2}$$

$$d = b\dot{\theta} \tag{3}$$

Dengan,

- J inersia
- θ sudut putaran dari *shaft*
- T torsi
- ω gangguan torsi
- d redaman torsi
- K_{Ti} Konstanta Torsi

Dengan menyubstitusikan (2) dan (3) pada (1), akan didapatkan (4).

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K_{Ti} - \omega \tag{4}$$

Arus jangkar memiliki persamaan tersendiri seperti yang ditunjukkan pada (5). e_m merupakan gaya gerak listrik balik yang diberikan oleh (6). Dengan menyubstitusikan (6) dengan (5), didapatkan (7).

$$Li + Ri = v - e_m \tag{5}$$

$$e_m = K_e\dot{\theta} \tag{6}$$

$$Li + Ri = v - k_e\dot{\theta} \tag{7}$$

Persamaan (4) dan (7) untuk mengatur dinamika motor DC, untuk lebih jelasnya ditunjukkan oleh (8) dan (9). Dari persamaan tersebut diketahui bahwa v merupakan tegangan yang digunakan untuk mengendalikan motor.

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} = K_{Ti} - \omega \tag{8}$$

$$Li + Ri = v - K_e\dot{\theta} \tag{9}$$

C. Perancangan Kendali LQR

Linear quadratic regulator (LQR) adalah suatu metode kendali modern karena menerapkan sistem *multiple input multiple output* (MIMO), di mana sistem yang akan dikendalikan dibuat menjadi bentuk *state space* sehingga pengendalian dapat dilakukan dari beberapa masukan dan menghasilkan beberapa keluaran [9]. LQR disebut linier karena model dan bentuk kontrolnya berupa linier, sedangkan disebut kuadratik karena *cost function* pada kendali ini berbentuk kuadratik. Fungsi tersebut harus dikesalkan, serta referensi yang diberikan bukanlah berupa fungsi waktu sehingga disebut regulator [10], [11].

Gambar 3 menampilkan blok diagram dari LQR, dengan persamaan ruang keadaan (*state space*) seperti pada (10) dan (11). dan persamaan indeks performansinya diberikan oleh (12). Di mana Q adalah matriks definit positif (atau semi definit positif).

R adalah matriks definit positif, dan u tidak dibatasi. Tujuan utama dari sistem kendali optimal adalah untuk meminimalkan indeks performansinya sehingga sistem menjadi stabil.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + u(t) \tag{10}$$

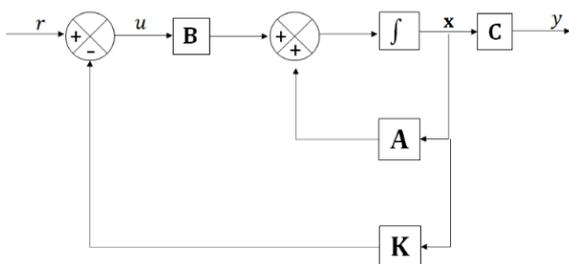
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{11}$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^t Q x + u^T R u) dt \tag{12}$$

Berdasarkan sistem yang ditentukan seperti (10) nilai matriks K ditentukan dari persamaan vektor kendali optimal seperti (13). Sehingga persamaan indeks performansi (J) diminimalkan. Nilai matriks P didapatkan dengan cara menyelesaikan persamaan Aljabar Riccati tereduksi, seperti (14).

$$u(t) = -(R^{-1}B^T P)x(t) = -Kx(t) \tag{13}$$

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \tag{14}$$



Gambar 3. Contoh kendali LQR [8]

Setelah itu, disubstitusikan nilai matriks P ke (15). Hasil nilai matriks K yang didapat merupakan nilai matriks optimalnya.

$$K = R^{-1}B^T P \tag{15}$$

Pada kendali LQR, model sistem diubah ke *state space* dengan bentuk umum persamaan (10) dan (11). Dan membuat variabel *state* seperti berikut.

- Variabel *state*

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta \\ x_2 &= \dot{\theta} \\ x_3 &= i \\ y &= x_1 \\ u &= V \end{aligned}$$

- Persamaan *state*

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{16}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{K_t}{J} x_3 - \frac{b}{J} x_2 \tag{17}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{R}{L} x_3 - \frac{K_e}{L} x_2 + \frac{1}{L} u \tag{18}$$

- *State space*

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{J} & \frac{K_t}{J} \\ 0 & -\frac{K_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u \tag{19}$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$D = 0 \tag{21}$$

Indeks performansi pada kendali LQR dipilih sesuai dengan bagian yang akan dioptimalkan. Pada penelitian ini yang akan dioptimalkan ialah bobot indeks Q dengan R sebesar satu.

D. Perancangan Filter Kalman

Secara umum, Persamaan untuk metode filter Kalman dituliskan dalam bentuk (22)-(26). [12]. dengan \hat{x} adalah estimasi *state*, F adalah matriks transisi, u adalah variabel kendali, B adalah matriks kendali, P matriks variasi *state*, Q adalah matriks variasi proses, y adalah variabel pengukuran, H adalah matriks perhitungan, K adalah penguatan Kalman, R adalah matriks variasi pengukuran.

- Tahap prediksi

$$\hat{x}_{t|t-1} = F_t \hat{x}_{t-1|t-1} + B_t u_t \tag{22}$$

$$P_{t|t-1} = F_t P_{t-1|t-1} F_t^T + Q_t \tag{23}$$

- Tahap *update* :

$$\hat{x}_{t|t} = \hat{x}_{t|t-1} + K_t(Y_t - H_t) \hat{x}_{t|t-1} \quad (24)$$

$$K_t = P_{t|t-1} H_t^T (H_t P_{t|t-1} H_t^T + R_t)^{-1} \quad (25)$$

$$P_{t|t} = (I - K_t H_t) P_{t|t-1} \quad (26)$$

E. Perancangan GUI MATLAB

Perancangan GUI MATLAB terdiri dari perancangan tampilan GUI MATLAB dan perancangan program. Penjelasan terkait tiap bagian akan dijelaskan sebagai berikut.

1) *Tampilan GUI MATLAB*: Perancangan *graphical user interface* (GUI) pada MATLAB seperti yang ditunjukkan Gambar 4. Tampilan GUI terdiri dari panel *state space* matriks A B C D, parameter Matriks Q dan R, hasil nilai K, tombol plot, dan plot hasil respons sistem. Pada plot hasil respons sistem terdiri dari tiga plot grafik yaitu:

1. Grafik respons awal yang merupakan respons dari *state space* yang diberi kendali LQR.
2. Grafik nilai random sebagai *noise* yang diberikan ke hasil grafik LQR.
3. Grafik hasil filter Kalman yang merupakan grafik LQR setelah mendapatkan *noise* dan diberi *filter Kalman* untuk mereduksi *noise* tersebut.

2) *Program GUI MATLAB*: Untuk dapat menampilkan hasil grafik plot, maka tampilan GUI MATLAB perlu diprogram yang terdapat pada fitur *editor* di mana terdapat panel matriks yang digunakan untuk mengisi matriks *state space* A B C D juga matriks Q dan R, program tersebut dimasukkan pada fungsi *push button object*. Nilai-nilai yang diberikan pada matriks akan diproses menggunakan persamaan LQR seperti yang ditunjukkan sebagai berikut.

```
K = lqr(A,B,Q1,R1);
Set(handles.K1, 'string', K);
sys = ss(A-B*K,B,C,D);
```

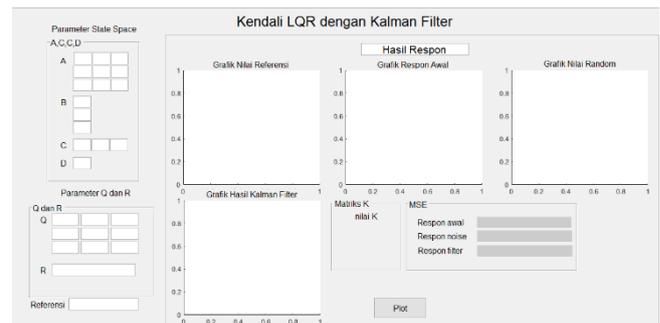
Persamaan yang diberikan merupakan rumus yang sudah terdapat pada MATLAB, sehingga penulisan hanya disesuaikan dengan nama variabel yang diberikan [13]. Setelah mendapatkan nilai K dan hasil plot sistem LQR maka diberikan *random number*.

- *Time duration/LQR*

```
t = 1 : 100;
y = step(t,sys);
y1 = y.';
ywn = wgn(101,1,0)
yn = y1 + ywn.'
yn = y1 + 1*rand(size(t));
axes(handles.axes1);
plot(t,y);
```

- *Noise*

```
Axis(handles.noise);
Plot(t, yn);
```



Gambar 4. GUI pada MATLAB

Random number yang diberikan pada sistem merupakan representasi dari sebuah *noise* sehingga sistem perlu diberikan sebuah filter. Pada penelitian ini filter yang digunakan ialah filter Kalman, seperti yang ditunjukkan oleh (22)-(26).

Rumus filter Kalman yang dibuat pada MATLAB, untuk memberikan filter pada pemodelan sistem motor DC dengan menggunakan LQR dan data akan ditampilkan dalam bentuk grafik. Pada tampilan GUI menunjukkan grafik respons sistem hasil dari *plotting* perintah MATLAB tersebut.

Sistem juga diberikan perhitungan MSE yang berfungsi sebagai perhitungan *error* dengan persamaan (27). Hasil dari MSE dapat digunakan sebagai acuan dalam melihat keakuratan pengukuran sistem. Nilai MSE yang baik ialah hasil perhitungan dengan nilai MSE kecil.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \check{y}_i)^2 \quad (27)$$

Dengan

y_i nilai respons *output*

\check{y}_i nilai *input*

n banyak data

- Filter Kalman

```
xk=0;
Pk=0;
Q= 10;
R=100;

for kk=1:100
    zk=yn(kk);
    Pk=Pk+Q;
    Kk = Pk/(Pk+R);
    xk=xk+(Kk*(zk-xk));
    Pk=(1-Kk)*Pk;
    buff_xk(kk)=xk;
    buff_zk(kk)=zk;
end
```

- Plot filter Kalman

```
axes(handles.kalman);
plot(t,buff_xk);
```

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Nilai parameter motor DC yang digunakan sebagai pemodelan sistem dengan kendali LQR ditunjukkan oleh Tabel 1. Nilai parameter yang digunakan tersebut didapatkan dari implementasi motor DC untuk robot medis [15]. Untuk menentukan *controllability* sistem maka dilakukan pengujian sistem seperti berikut.

- Matriks sistem

$$\begin{aligned} A &= [\theta \ 1 \ \theta; \ \theta \ -b/J \ Kt/J; \ \theta \ -Ke/L \ -R/L]; \\ B &= [\theta; \ \theta; \ 1/L]; \\ C &= [1 \ \theta \ \theta]; \\ D &= \theta \end{aligned}$$

- Matriks Q dan R

$$\begin{aligned} Q &= [250 \ \theta \ \theta; \ \theta \ \theta \ \theta; \ \theta \ \theta \ 250]; \\ R &= \theta.001; \end{aligned}$$

- Pengujian *controllability*

$$\text{Uncontrollability} = \text{length}(A) - \text{rank}(cm)$$

- Hasil

$$\text{Uncontrollability} = \theta$$

Pengujian *controllability* sistem pada penelitian ini melihat dari matriks *uncontrollable*-nya di mana pada *syntax* tersebut menunjukkan bahwa matriks *uncontrollable* berjumlah nol, artinya sistem bersifat *controllable*. Pada sistem kendali LQR matriks Q dan R merupakan matriks dengan sifat *real definit positif*. Kecepatan respons variabel *state* dalam menuju kestabilan berhubungan dengan matriks Q sedangkan pengontrolan atau seberapa besar kontrol *input* yang dihasilkan berhubungan dengan matriks R. Oleh karena itu, untuk mendapatkan hasil respons sistem terbaik maka dilakukan *tuning* matriks Q dan R dengan cara mengubah

nilainya sehingga akan diperoleh variasi *gain* K. Pemilihan matriks Q dan R dilakukan secara *trial and error* [13], sehingga dilakukan pengamatan dari enam variasi matriks Q dan R, selanjutnya dilakukan pengamatan perubahan respons sistem yang dihasilkan.

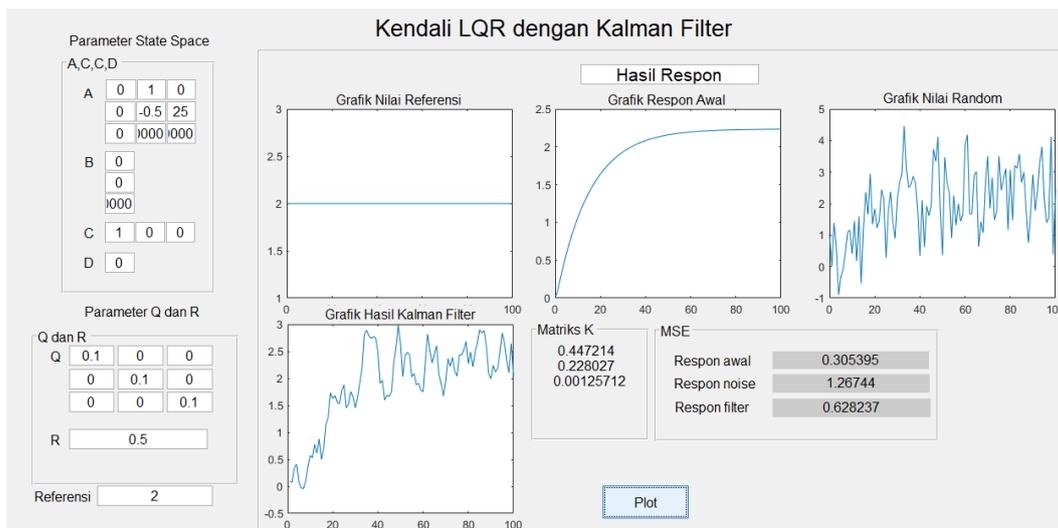
Penelitian ini menggunakan variasi parameter matriks Q yang dilakukan sebanyak enam variasi dengan nilai R sebesar 1. Hasil berupa respons sistem akan didapatkan dengan melakukan perhitungan MSE, maka akan diketahui parameter nilai Q dan R yang terbaik untuk sistem tersebut. Pengambilan data untuk tiap variasi dilakukan sebanyak 30 pengujian untuk mendapatkan perhitungan nilai *error* sistem pada saat diberi kendali LQR, ditambahkan *noise* dan saat pemberian filter Kalman sehingga dapat diketahui variasi dengan nilai MSE terkecil. Variasi pembobotan indeks Q pertama ditunjukkan oleh Gambar 5.

Matriks A B C D mengacu pada (15)-(20) yang merupakan hasil *state space* pemodelan motor DC. Nilai parameter Tabel 1 dimasukkan pada matriks *state space* sehingga menjadi:

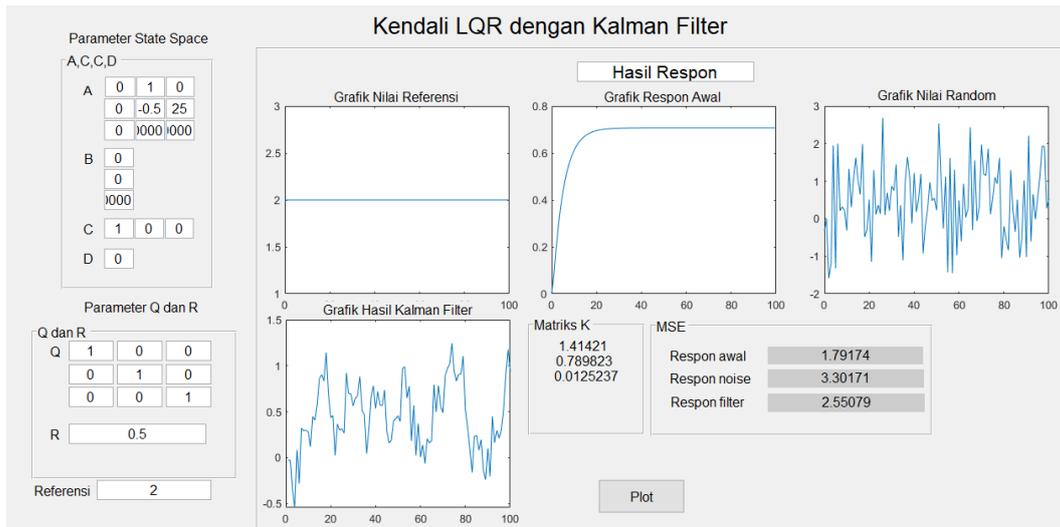
$$\begin{aligned} A &= [\theta \ 1 \ \theta; \ \theta \ -0.5 \ 25; \ \theta \ -5000 \ -80000] \\ B &= [\theta; \ \theta; \ 10000] \\ C &= [1 \ \theta \ \theta] \\ D &= \theta \end{aligned}$$

Tabel 1. Parameter motor DC

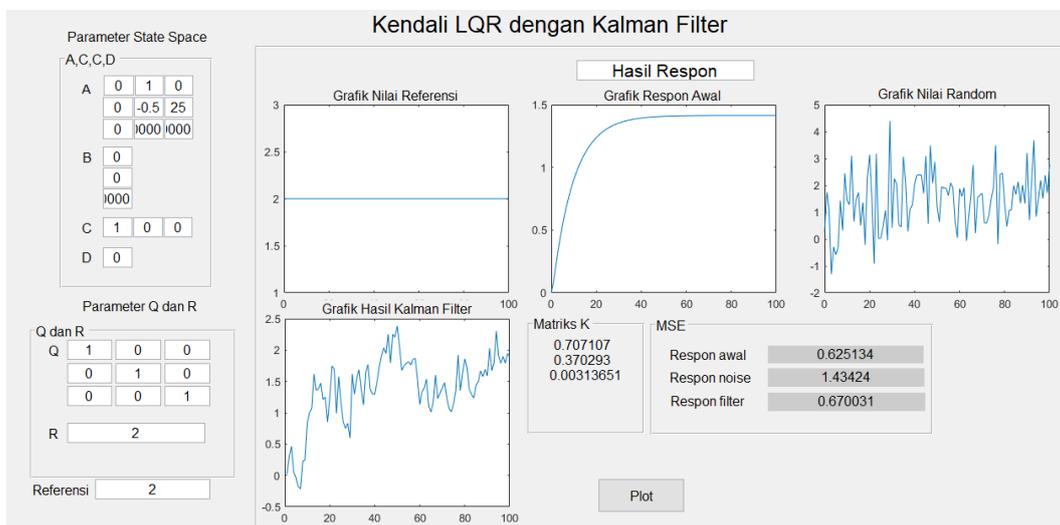
Parameter	Nilai
b	0,01 Nms
J	0,02 kgm ²
Kt	0,5 Nm/Awp
Ke	0,5 V/rad/sec
L	0,0001 H
R	8 Ohm



Gambar 5. Matriks Q = 0.1 dan R = 0.5



Gambar 6. Matriks Q = 1 dan R = 0,5



Gambar 7. Matriks Q = 1 dan R = 2

Selanjutnya diberikan kendali LQR dengan indeks nilai $Q = [0,1 \ 0 \ 0; 0 \ 0,1 \ 0; 0 \ 0 \ 0,1]$ dan $R = 0,5$. Nilai gain K ditunjukkan pada panel GUI dan juga di mana gain K tersebut akan mempengaruhi respons sistem. Pada Gambar 5 terdapat grafik respons awal sistem setelah diberi kendali LQR yang menunjukkan keadaan *steady state* sistem pada amplitudo 3,1 dengan *rise time* 5,15 s. Hasil respons LQR kemudian diberi *random number* sebagai *noise* seperti yang ditunjukkan pada grafik nilai acak. Berdasarkan hasil tersebut, respons sistem menjadi sangat tidak stabil sehingga perlu diberi filter Kalman yang ditunjukkan oleh grafik hasil filter Kalman dengan *noise* yang sudah tereduksi.

Variasi Q kedua dengan indeks $Q = [1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1]$ dan $R = 0,5$. Sistem *steady state* pada amplitudo 1,41 dan *rise time* 3,072 s di mana juga diberikan *noise* berupa *random number* dan filter Kalman dengan respons seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 6.

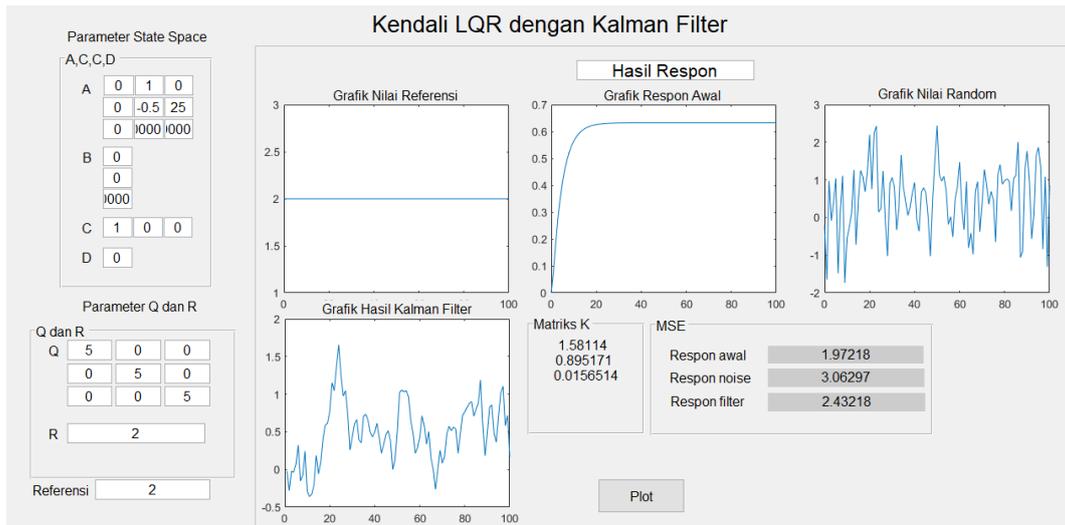
Variasi Q ketiga dengan indeks $Q = [1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1]$ dan $R = 2$. Sistem *steady state* pada amplitudo 0,99 dan *rise*

time 2,683 di mana juga diberikan *noise* berupa *random number* dan diberi filter Kalman dengan respons seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 7.

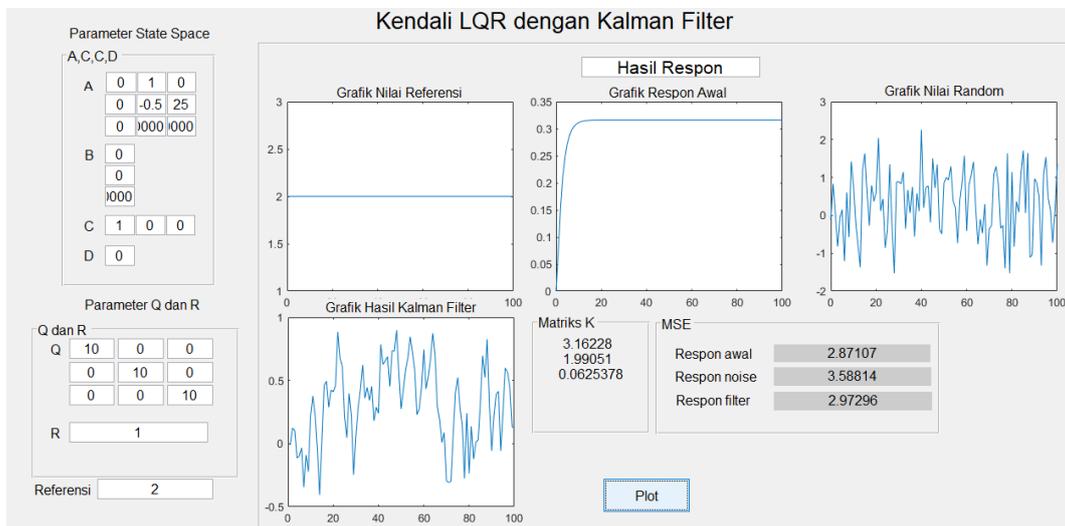
Variasi Q keempat dengan indeks $Q = [5 \ 0 \ 0; 0 \ 5 \ 0; 0 \ 0 \ 5]$ dan $R = 2$. Sistem *steady state* pada amplitudo 0,446 dan *rise time* 2,683 s di mana juga diberikan *noise* berupa *random number* dan diberi filter Kalman dengan respons seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 8.

Variasi Q kelima dengan indeks $Q = [10 \ 0 \ 0; 0 \ 10 \ 0; 0 \ 0 \ 10]$ dan $R = 1$. Sistem *steady state* pada amplitudo 0,316 dan *rise time* 2,253s di mana juga diberikan *noise* berupa *random number* dan diberi filter Kalman dengan respons seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 9.

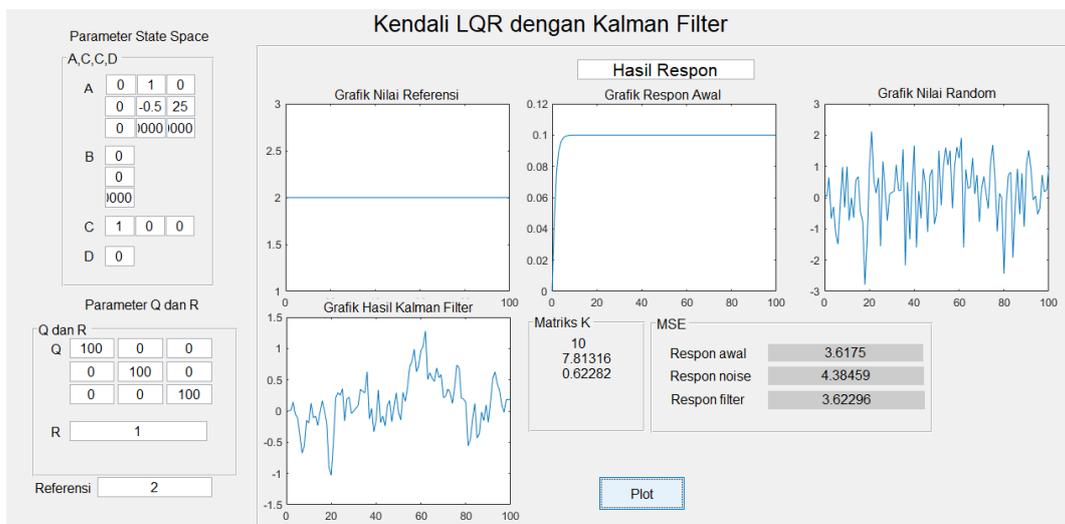
Variasi keenam ialah dengan indeks $Q = [100 \ 0 \ 0; 0 \ 100 \ 0; 0 \ 0 \ 100]$ dan $R = 1$. Sistem *steady state* pada amplitudo 0,09 dan *rise time* 2,20 s di mana juga diberikan *noise* berupa *random number* dan diberi filter Kalman dengan respons seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 10.



Gambar 8. Matriks Q = 5 dan R = 2



Gambar 9. Matriks Q Matriks Q = 10 dan R = 1



Gambar 10. Matriks Q bernilai 100

Tabel 2. Info sistem

Info	Variasi Q					
	0.1	0.5	1	5	10	100
Rise Time	5,15	3,072	2,68	2,30	2,25	2,06
Settling Time	9,380	5,557	4,87	4,19	4,08	3,96
Overshoot	0	0	0	0	0	0
Peak	3,16	1,414	0,99	0,44	0,31	0,09

Tabel 3. Hasil gain K

No.	Q	R	K	MSE		
				RA	RN	RF
1	0,1	0,5	0,447	0,305	1,26	0,628
			0,228 0,001			
2	1	0,5	1,414	1,791	3,301	2,55
			0,789 0,012			
3	1	2	0,707	0,625	1,434	0,670
			0,370 0,003			
4	5	2	1,581	1,972	3,062	2,432
			0,895 0,015			
5	10	1	3,162	2,871	3,588	2,972
			1,990 0,062			
6	100	1	10	3,617	4,384	3,622
			7,813 0,622			

Tabel 2 menunjukkan karakter sistem yang didapatkan setelah dilakukan enam variasi nilai Q. Keseluruhan gain K yang diperoleh dari variasi indeks Q dengan R bernilai satu ditunjukkan pada Tabel 3. Pemilihan enam variasi nilai Q dan R dipilih untuk menganalisis perbedaan nilai pengaruh nilai Q dan R tertinggi hingga terendah. Analisis dilakukan dengan melihat hasil MSE yang ditampilkan. Hasil tersebut menunjukkan bahwa semakin besar nilai Q yang diberikan maka perubahan gain K juga akan semakin besar. Jika mengacu pada hasil respons sistem, nilai Q akan mempengaruhi rise time dan juga peak overshoot (Mp) atau amplitudo sistem. Semakin besar nilai Q maka akan semakin cepat rise time sistem dan semakin kecil peak overshoot-nya.

Tabel 4 dan Tabel 5 menunjukkan hasil perhitungan MSE dengan nilai MSE terkecil yaitu pada variasi Q = 100, selain itu dengan melihat pada respons sistem yang memiliki rise time paling cepat dan peak overshoot kecil maka indeks Q sebesar 100 dipilih menjadi nilai indeks acuan. Dengan memberikan nilai Q = 100 dan R = 2 sudah menunjukkan perbedaan hasil respons optimal yang diharapkan yaitu dengan MSE terkecil dan sistem dapat mencapai rise time pada waktu 5,77 detik dengan nilai Q = 0,1 dan R = 2.

Tabel 4. Hasil perhitungan MSE (1)

	MSE		
	Q = 0,1	Q = 0,5	Q = 1
LQR	5,77	0,73	0,29
LQR dengan noise	0,36	0,31	0,35
Filter Kalman	0,20	0,10	0,09

Tabel 5. Hasil perhitungan MSE (2)

	MSE		
	Q = 5	Q = 10	Q = 100
LQR	0,03	0,02	0,0015
LQR dengan noise	0,37	0,33	0,32
Filter Kalman	0,07	0,06	0,05

IV. SIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan, maka didapatkan bahwa kendali LQR dapat digunakan untuk optimisasi motor DC dengan cara membuat model *state space* sistem. Pada penelitian ini juga menentukan nilai parameter yang digunakan serta nilai indeks performansi Q dan R untuk mendapatkan gain k.

Nilai indeks Q yang paling baik dari hasil penelitian yang telah dilakukan adalah [0,1 0 0; 0 0,1 0; 0 0 0,1] dengan R bernilai 0,5 yang menghasilkan karakteristik respons dengan rise time pada data ke-50. Mengacu pada hal tersebut, menunjukkan bahwa indeks Q dan R sangat berpengaruh terhadap respon sistem. Dengan semakin besar nilai Q dengan nilai R tertentu yang diberikan, maka rise time sistem akan semakin cepat, peak overshoot semakin kecil dan juga menghasilkan nilai error kecil yaitu sebesar 0,305. LQR dengan noise sebesar 1,241 dan setelah diberi filter Kalman nilai error sebesar 0,489, hal tersebut membuktikan bahwa kendali LQR dapat mengurangi kesalahan keadaan tunak dan meningkatkan kecepatan respon. Sistem juga diberi noise berupa gaussian white noise yang kemudian dapat direduksi oleh filter Kalman. Selain itu, penyesuaian juga dilakukan pada parameter Q sebesar 100 dan R sebesar 10 pada filter Kalman, sehingga dapat mereduksi noise lebih optimal. Hasil respons LQR, random number, dan filter Kalman ditampilkan pada GUI MATLAB.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Sofiah and M. Hurairah, "Jse-11," *Ranc. Bangun Pembangkit List. Altern. dengan Bantu. Pully dan Belt Mot. DC sebagai Penggerak Altern.*, pp. 10–17, 2020.
- [2] E. M. SARTIKA, M. MULIADY, R. SARJONO, and V. YUVENS, "Pengontrolan Kecepatan Rotor BLDC UAV Berdasarkan Hasil Identifikasi menggunakan Metode Regresi," *ELKOMIKA J. Tek. Energi Elektr. Tek. Telekomun. Tek. Elektron.*, vol. 9, no. 1, p. 114, 2021, doi: 10.26760/elkomika.v9i1.114.
- [3] Q. P. Syahna, E. Yuniarti, and E. Kurniawan, "Analisis Respon

- Sistem Kendali LQR (Linear Quadratic Regulator) Pada Simulasi Gimbal Kamera Dua Sumbu,” *Al-Fiziya J. Mater. Sci. Geophys. Instrum. Theor. Phys.*, vol. 2, no. 1, pp. 49–55, 2019, doi: 10.15408/fiziya.v2i1.11178.
- [4] F. F. Rahani and T. K. Priyambodo, “Penalaan Mandiri Full State Feedback LQR dengan JST Tiruan Pada Kendali Quadrotor,” vol. 9, no. 1, pp. 21–32, 2019, doi: 10.22146/ijeis.37212.
- [5] F. Y. Pratama and Endryansyah, “Rancang Bangun Pengendalian Kecepatan Brushless DC Motor Tipe A2212/10T 1400KV Menggunakan Kontroler PID Berbasis Labview,” *J. Tek. Elektro*, vol. 7, no. 3, pp. 157–166, 2018.
- [6] M. Ruswandi Djalal, T. Energi, J. Teknik Mesin, and P. Negeri Ujung Pandang Jalan Perintis Kemerdekaan, “Penalaan optimal kendali motor DC berbasis ant colony optimization,” *J. Teknol.*, vol. 12, no. 1, pp. 49–56, 2020, [Online]. Available: <https://dx.doi.org/10.24853/jurtek.12.1.49-56>
- [7] I. Hudati and U. G. Mada, “KENDALI MRAC PID PADA KECEPATAN MOTOR DC DENGAN,” vol. 13, no. 2, pp. 1–14, 2022.
- [8] K. FATHONI and A. B. UTOMO, “Perancangan Kendali Optimal pada Motor Arus Searah Tanpa Sikat melalui Metode LQRI,” *ELKOMIKA J. Tek. Energi Elektr. Tek. Telekomun. Tek. Elektron.*, vol. 7, no. 2, p. 377, 2019, doi: 10.26760/elkomika.v7i2.377.
- [9] E. N. Demirhan, K. Caglar Coskun, and C. Kasnakoglu, “LQI Control Design with LQG Regulator via UKF for a Fixed-Wing Aircraft,” in *2020 24th International Conference on System Theory, Control and Computing, ICSTCC 2020 - Proceedings*, Oct. 2020, pp. 25–30. doi: 10.1109/ICSTCC50638.2020.9259728.
- [10] H. Mudia, A. W. Putra, M. N. Faizi, and H. Amri, “Perancangan Kendali LQR-PD Untuk Pengendalian Sumbu Elevasi Gun Pada Turret-Gun Kaliber 20 Milimeter,” *INOVTEK - Seri Elektro*, vol. 2, no. 2, p. 71, 2020, doi: 10.35314/ise.v2i2.1402.
- [11] A. Casro, L. Gaol, G. E. Setyawan, and W. Kurniawan, “Pendaratan Otomatis Quadcopter AR Drone Menggunakan Metode Linear Quadratic Regulator (LQR),” *J. Pengemb. Teknol. Inf. dan Ilmu Komput.*, vol. 1, no. 10, pp. 1028–1035, 2017, [Online]. Available: <http://j-ptiik.ub.ac.id>
- [12] J. Saelao and D. Sukawat, “Kalman filter for estimate the state of shallow water model,” *Aust. J. Basic Appl. Sci.*, vol. 5, no. 1, pp. 31–37, 2011.
- [13] M. ARROFIQ, L. S. NUGROHO, F. FAHMIZAL, and E. APRIASKAR, “Sistem Kendali Eddy Current Brakes Dinamometer menggunakan Linear Quadratic Regulator (LQR),” *ELKOMIKA J. Tek. Energi Elektr. Tek. Telekomun. Tek. Elektron.*, vol. 9, no. 4, p. 923, 2021, doi: 10.26760/elkomika.v9i4.923.