Penggunaan Metode FDTD untuk Analisis Gelombang pada Struktur Berbasis Kartesian dan Silinder

Nabila Husna Shabrina¹, Hardi Nusantara², Achmad Munir³

Abstract—In this paper, the comparison of wave characteristics between Cartesian and cylindrical coordinate system-based structures was analyzed using finite-difference time-domain (FDTD) method. The use of FDTD method was considered due to its advantage in solving electromagnetics (EM) problems in wide spectrum of frequency and geometry shapes. The analysis was undertaken for three-dimensions (3D) Cartesian and cylindrical coordinate system-based structures with dimension of x = 600 mm, y = 300 mm, z = 1,200 mm, and ρ = 600 mm, $\varphi = 1^{\circ}$, z = 1,200 mm, respectively. A transverse electric (TE) mode excitation of sine wave modulated Gaussian pulse with frequency of 1 GHz was applied for exciting both structures with the direction of propagation wave assumed in zaxis. Some scenarios were applied for both structures conditioned with free space, dielectric, and conductive medium. The attenuation rate obtained from three modelling scenarios in Cartesian coordinate system structures were 0.35 Np/m, 0.24 Np/m, and 0.62 Np/m, respectively. Meanwhile the attenuation rates for cylindrical coordinate system structure were 0.35 Np/m, 0.21 Np/m, and 0.40 Np/m. The simulation result for resonant frequency in Cartesian and cylindrical coordinate system structure conditioned with free space were 558.706 MHz and 498.466 MHz, respectively. The resonant frequency obtained from simulation result in Cartesian and cylindrical coordinate system structure conditioned with dielectric medium was similar with the one from theoretical calculation in which the highest error were 2.03% and 0.73%, respectively.

Intisari-Dalam makalah ini, perbandingan karakteristik gelombang pada struktur berbasis Kartesian dan silinder dianalisis dengan metode FDTD. Penggunaan FDTD dipilih karena memiliki keunggulan dalam menyelesaikan persamaan gelombang elektromagnetik pada jangkauan frekuensi dan bentuk bidang simulasi yang cukup beragam. Analisis perbandingan gelombang dilakukan pada bidang tiga dimensi (3D) dalam koordinat Kartesian dan silinder dengan ukuran masing-masing struktur sebesar x = 600 mm, y = 300 mm, z =1.200 mm, dan ρ = 600 mm, φ =1 °, z = 1.200 mm. Eksitasi mode TE berupa sinyal sinusoidal yang dimodulasi pulsa Gaussian dengan frekuensi 1 GHz digunakan sebagai sumber gelombang pada kedua struktur dengan propagasi gelombang diasumsikan dalam arah sumbu z. Analisis dilakukan dalam beberapa skenario, yaitu analisis struktur dengan medium udara, medium dielektrik, dan medium konduktif. Besarnya laju atenuasi yang diperoleh untuk tiga skenario pemodelan dengan medium

konduktif pada koordinat Kartesian yaitu sebesar 0,35 Np/m, 0,24 Np/m, dan 0,62 Np/m, sedangkan untuk pemodelan dalam koordinat silinder sebesar 0,35 Np/m, 0,21 Np/m, dan 0,40 Np/m. Frekuensi resonansi yang didapatkan pada pemodelan struktur 3D dalam koordinat Kartesian dengan medium udara adalah sebesar 558,706 MHz sedangkan pada koordinat silinder sebesar 498,466 MHz. Perbandingan frekuensi resonansi hasil simulasi pada koordinat silinder dan koordinat Kartesian dengan medium dielektrik memberikan hasil yang sudah cukup mendekati dengan *error* terbesar untuk hasil simulasi pada koordinat Kartesian dan silinder masing-masing sebesar 2,03% dan 0,73%.

Kata Kunci—Metode FDTD, karakteristik gelombang, koordinat Kartesian, koordinat silinder.

I. PENDAHULUAN

Gelombang elektromagnetik (EM) memiliki aplikasi yang sangat beragam mulai dari bidang komunikasi, sistem radar, elektronika, bahkan kedokteran. Akan tetapi, permasalahan gelombang elektromagnetik cukup kompleks untuk dipahami dan ditemukan solusinya. Oleh karena itu, pemecahan masalah gelombang elektromagnetik memerlukan bantuan komputasi numerik. Dengan perkembangan yang cukup pesat pada teknologi komputasi, metode komputasi numerik menjadi semakin mudah untuk dilakukan.

Metode FDTD yang diperkenalkan pertama kalinya oleh Yee pada tahun 1965 merupakan metode dengan diskretisasi waktu dan ruang yang mengarah pada algoritme waktu berbasis rekursif dengan solusi medan magnet dan medan listrik dari persamaan Maxwell ditentukan oleh langkah sebelumnya [1]-[4]. Pada dasarnya metode FDTD digunakan untuk memperbarui medan listrik dan medan magnet secara bergantian. Oleh karena itu, ada istilah grid, timestep, dan formula pembaruan dalam metode ini. Dalam setiap grid, terdapat medan listrik dan medan magnet dalam ruang dan waktu yang harus diperbarui sesuai dengan jumlah timestep yang diinginkan. Beberapa kelemahan dari metode FDTD, seperti metode komputasi lainnya, adalah kebutuhan alokasi memori berkapasitas tinggi untuk melakukan perhitungan. Selain itu, untuk objek geometri dengan bentuk kurva seperti bumbung gelombang sirkular atau permukaan bumi, metode FDTD yang biasanya menggunakan koordinat Kartesian akan memberikan hasil yang kurang akurat, sehingga metode ini membutuhkan beberapa perlakuan khusus [5]-[8]. Di antara beberapa sistem koordinat, sistem koordinat Kartesian merupakan sistem koordinat yang cukup sederhana dan sering digunakan dibandingkan dengan sistem koordinat lainnya. Dalam sistem koordinat Kartesian, ukuran grid pada semua sumbu, yaitu x, y, dan z bersifat homogen. Akan tetapi, ukuran grid berbeda untuk koordinat silinder atau bola [9]. Oleh karena itu, beberapa penelitian telah dilakukan untuk

Dosen, Fakultas Teknik dan Informatika, Universitas Multimedia Nusantara, Jl. Scientia Boulevard, Gading Serpong, Tangerang, Banten 15811 (tlp: 021-5422 0808; e-mail: nabila.husna@umn.ac.id)

^{2,3} Dosen, Sekolah Teknik Elektro dan Informatika, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha No.10, Kota Bandung, Jawa Barat 40132 (tlp : 022-2500935 e-mail: ²hardi@stei.itb.ac.id, ³munir@ieee.org)

mengembangkan metode FDTD pada koordinat silinder yang diiplementasikan secara intensif untuk beberapa model seperti *coaxial cavity* dan bumbung gelombang sirkular [10]-[13].

Dalam makalah ini, metode FDTD digunakan untuk menganalisis dan membandingkan karakteristik gelombang pada bidang Kartesian dan silinder. Penggunaan dua sistem koordinat yang berbeda dalam makalah ini adalah untuk membandingkan keakuratan hasil pemodelan untuk kedua struktur. Pemodelan yang dilakukan untuk struktur 3D menggunakan eksitasi mode gelombang TE dengan arah propagasi diasumsikan dalam sumbu z dan gelombang sumber berupa gelombang sinusoidal yang dimodulasi dengan pulsa Gaussian. Analisis dilakukan dalam beberapa skenario, yaitu untuk medium udara, medium dielektrik, dan medium konduktif. Hasil pemodelan dari kedua bidang dibandingkan satu sama lain dalam hal frekuensi *cut-off*, frekuensi resonansi, dan amplitude gelombang untuk beberapa kondisi simulasi yang berbeda.

II. FORMULASI 3D FDTD

Berdasarkan persamaan diferensial Maxwell [14], medan listrik dan medan magnet di dalam sebuah struktur tanpa sumber arus eksternal dapat ditulis seperti pada (1) dan (2), dengan ϵ_0 dan μ_0 adalah permeabilitas dan permitivitas udara. Medan listrik dan medan magnet diasumsikan merambat ke arah *z* positif sebagai $e^{(j\omega_t \cdot j\beta_z)}$. Dengan konsep operasi *curl*, dua pasang medan listrik dan magnet di sumbu *x*, *y*, dan *z* untuk sistem koordinat Kartesian dan sumbu ρ, φ , dan *z* untuk sistem koordinat silinder dapat diperoleh. Kemudian, notasi FDTD diterapkan untuk setiap medan listrik dan medan magnet untuk dimasukkan dalam perhitungan.

$$\nabla x E = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \tag{1}$$

$$\nabla x H = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \tag{2}$$

A. Formula Pembaruan FDTD untuk Koordinat Kartesian

Sel satuan pada metode FDTD 3D untuk koordinat Kartesian disebut sebagai Yee *cell*. Penempatan komponen medan listrik (E_x, E_y, E_z) dan medan magnet (H_x, H_y, H_z) pada bidang Kartesian mengikuti sistem pengindeksan *interleaving*, yaitu medan listrik (**E**) ditempatkan pada pusat tepi kubus sedangkan medan magnet (**H**) berada pada pusat permukaan kubus seperti yang ditunjukkan pada Gbr. 1. Dengan menggunakan pengindeksan tersebut, diperoleh formula pembaruan FDTD 3D dalam koordinat Kartesian untuk medan magnet seperti yang ditunjukkan pada (3) sampai (5) dan formula pembaruan untuk medan listrik seperti yang diberikan pada (6) hingga (8).

$$\frac{\frac{E_{y}|_{i,j,k+1}^{n}-E_{y}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta z} - \frac{\frac{E_{z}|_{i,j+1,k}^{n}-E_{z}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta y}}{\frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{\chi}|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\chi}|_{i+1,j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(3)

$$\frac{\frac{E_{Z}|_{i+1,j,k}^{n}-E_{Z}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta x} - \frac{\frac{E_{X}|_{i,j,k+1}^{n}-E_{X}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta z}}{\frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{y} \Big|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y} \Big|_{i,j+1,k}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(4)

$$\frac{E_{x}|_{i,j+1,k}^{n} - E_{x}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta y} - \frac{E_{y}|_{i+1,j,k}^{n} - E_{y}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta x} = \frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{z}|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z}|_{i,j,k+1}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(5)

$$\frac{H_{Z}|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{Z}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{H_{Y}|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{Y}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} = \frac{\varepsilon}{\Delta t} \left[E_{X}|_{i+1,j,k}^{n+1} - E_{X}|_{i+1,j,k}^{n} \right]$$
(6)

$$\frac{\frac{H_{x}|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_{z}|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} = \frac{\varepsilon}{\Delta t} \left[E_{y} \Big|_{i,j+1,k}^{n+1} - E_{y} \Big|_{i,j+1,k}^{n} \right]$$
(7)

$$\frac{H_{y}|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_{x}|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{\Delta t}} \left[E_{z}|_{i,j,k+1}^{n+1} - E_{z}|_{i,j,k+1}^{n} \right]$$
(8)



Gbr. 1 Penempatan medan listrik (*E*) dan medan magnet (*H*) pada koordinat silinder dengan metode FDTD 3D.



Gbr. 2 Penempatan medan listrik (*E*) dan medan magnet (*H*) pada koordinat silinder dengan metode FDTD 3D.

B. Formula Pembaruan FDTD untuk Koordinat Silinder

Berbeda dengan sistem koordinat Kartesian 3D, pembaruan medan listrik $(E_{\rho}, E_{\varphi}, E_z)$ dan medan magnet $(H_{\rho}, H_{\varphi}, H_z)$ diperoleh dengan penempatan setiap komponen medan seperti yang ditunjukkan pada Gbr. 2. Formula pembaruan FDTD 3D pada koordinat silinder untuk medan magnet ditunjukkan pada (9) sampai (11) sedangkan untuk medan listrik ditunjukkan pada (12) sampai (14).

$$\frac{\frac{E_{\varphi}|_{i,j,k+1}^{n} - E_{\varphi}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta z} - \frac{1}{\rho} \frac{E_{Z}|_{i,j+1,k}^{n} - E_{Z}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta \varphi} = \frac{\frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{\rho} \Big|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\rho} \Big|_{i+1,j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(9)

$$\frac{E_{z}|_{i+1,j,k}^{n}-E_{z}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta\rho} - \frac{E_{\rho}|_{i,j,k+1}^{n}-E_{\rho}|_{i,j,k}^{n}}{\Delta z} = \frac{\frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{\varphi} \Big|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\varphi} \Big|_{i,j+1,k}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(10)

$$\frac{E_{\rho}\big|_{i,j+1,k}^{n} - E_{\rho}\big|_{i,j,k}^{n}}{\rho\Delta\phi} - \frac{\rho_{i+1}E_{\varphi}\big|_{i+1,j,k}^{n} - \rho_{i}E_{\varphi}\big|_{i,j,k}^{n}}{\rho\Delta\rho} = \frac{\mu}{\Delta t} \left[H_{Z}\big|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{Z}\big|_{i,j,k+1}^{n-\frac{1}{2}} \right]$$
(11)

$$\frac{1}{\rho} \frac{H_{z}|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \varphi} - \frac{H_{\varphi}|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\varphi}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{\Delta t} \left[E_{\rho} \Big|_{i+1,j,k}^{n+1} - E_{\rho} \Big|_{i+1,j,k}^{n} \right]}$$
(12)

$$\frac{H_{\rho}|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\rho}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_{z}|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z}|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \rho} = \frac{\varepsilon}{\Delta t} \left[E_{\varphi} \Big|_{i,j+1,k}^{n+1} - E_{\varphi} \Big|_{i,j+1,k}^{n} \right]$$
(13)

$$\frac{\rho_{i+1}H_{\varphi}\big|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \rho H_{\varphi}\big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \rho} - \frac{H_{\rho}\big|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{\rho}\big|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}}}{\rho \Delta \varphi} = (14)$$
$$\frac{\varepsilon}{\Delta t} \Big[E_{Z} \big|_{i,j,k+1}^{n+1} - E_{Z} \big|_{i,j,k+1}^{n} \Big]$$

III. HASIL DAN ANALISIS

Simulasi dilakukan dengan menggunakan bahasa pemrograman C. Secara umum, *flowchart* untuk simulasi yang dilakukan ditunjukkan pada Gbr. 3. Sumber gelombang yang digunakan adalah gelombang sinusoidal yang dimodulasi pulsa Gaussian dengan frekuensi sebesar 1 GHz dan arah rambat gelombang diasumsikan pada sumbu *z*. Kondisi batas yang digunakan dalam simulasi pada struktur Kartesian dan silinder adalah *Perfect Electric Conductor (PEC)*.

Struktur pemodelan FDTD 3D untuk koordinat Kartesian dan silinder ditunjukkan pada Gbr. 4. Ukuran struktur yang digunakan dalam pemodelan FDTD 3D untuk koordinat Kartesian dan silinder masing-masing sebesar x = 600 mm, y = 300 mm, z = 1.200 mm, dan $\rho = 600$ mm, $\varphi = 1^{\circ}$, z = 1.200 mm. Selanjutnya, struktur tersebut dibagi menjadi beberapa elemen kecil dengan panjang elemen $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 10$ mm untuk koordinat Kartesian dan $\Delta \rho = \Delta z = 10$, $\Delta \varphi = 1^{\circ}$ untuk koordinat silinder. Dari panjang setiap elemen kecil tersebut didapatkan nilai Δt yang menunjukkan besarnya waktu yang dibutuhkan untuk menjalankan satu elemen *grid*. Nilai Δt yang didapat dari pemodelan ini sebesar 1,928 *ps*.



Gbr. 3 Flowchart pemrograman FDTD dalam bahasa C.

Simulasi FDTD 3D untuk struktur Kartesian dan silinder dilakukan untuk memodelkan kondisi permukaan bumi. Simulasi dilakukan dalam tiga skenario, yaitu struktur dengan satu lapis medium yang dimodelkan sebagai tanah basah, struktur dengan dua lapis medium yang dimodelkan sebagai tanah basah dan air, serta struktur dengan tiga lapis medium yang dimodelkan dengan udara, tanah basah, dan air. Nilai permitivitas (ε_r) dan konduktivitas (σ) yang digunakan adalah $\varepsilon_r = 30$ dan $\sigma = 0,01$ untuk memodelkan tanah basah, $\varepsilon_r = 80$ dan $\sigma = 0,03$ untuk memodelkan air, dan $\varepsilon_r = 1$ dan $\sigma = 0$ untuk memodelkan udara. Pemodelan struktur Kartesian dan silinder untuk tiga lapis medium ditunjukkan pada Gbr. 5.

A. Hasil Simulasi FDTD 3D pada Koordinat Kartesian

Gbr. 6 sampai Gbr. 8 menunjukkan hasil simulasi yang dilakukan pada struktur Kartesian. Simulasi dilakukan dengan menambahkan medium konduktif pada struktur pemodelan. Simulasi dilakukan dalam tiga skenario, yaitu simulasi satu lapis medium konduktif dengan konduktivitas (σ) sebesar 0,01, simulasi dua lapis medium konduktif dengan

konduktivitas (σ) 0,01 dan 0, serta simulasi tiga lapis medium konduktif dengan konduktivitas (σ) 0,001, 0,003, dan 0. Hasil dari pemodelan ini ditunjukkan pada Gbr. 6 sampai Gbr. 8.



Gbr. 4 Struktur pemodelan 3D; Pemodelan untuk koordinat Kartesian (kiri) dan Pemodelan untuk koordinat silinder (kanan).



Gbr. 5 Struktur pemodelan tiga lapis medium; pemodelan untuk koordinat Kartesian (kiri) dan pemodelan untuk koordinat silinder (kanan).

Dari Gbr. 6 sampai Gbr. 8 terlihat bahwa terjadi penurunan amplitude jika dibandingkan dengan amplitude propagasi gelombang pada medium bebas. Besarnya atenuasi yang terjadi untuk masing-masing hasil simulasi berbeda-beda. Atenuasi terbesar terjadi pada hasil simulasi ketiga, yaitu pada pemodelan struktur dengan tiga lapis medium. Hal tersebut terjadi karena besarnya konduktifitas efektif (σ_{eff}) dari struktur dengan tiga lapis medium konduktif lebih besar dibandingkan dengan kedua simulasi lainnya. Pada simulasi pertama, besarnya σ_{eff} sebesar 0,01, sesuai dengan konduktivitas dari medium yang disimulasikan. Pada simulasi kedua dan ketiga, karena struktur dibagi ke dalam dua lapis dan tiga lapis medium dengan volume yang sama untuk setiap lapisnya, maka setelah dilakukan perhitungan didapatkan σ_{eff} masing-masing sebesar 0,005 dan 0,02. Besarnya laju atenuasi (α) untuk struktur satu lapis medium konduktif sebesar 0,35 Np/m. Pada pemodelan dengan dua lapis medium konduktif dan tiga lapis medium konduktif diperoleh laju atenuasi masing-masing sebesar 0,24 Np/m dan 0,62 Np/m.

Pada simulasi kedua, diaplikasikan *Fast Fourier Tranform* (FFT) untuk mengubah pengamatan dari domain waktu ke domain frekuensi. Gbr. 9 menunjukkan hasil simulasi pada struktur Kartesian yang disimulasikan sebagai medium udara. Dari Gbr. 9 dapat dilihat bahwa frekuensi resonasi dari struktur Kartesian yang berisi udara adalah sebesar 558,71 MHz. Hasil perhitungan frekuensi *cut-off* secara teoretis yaitu sebesar 500 MHz. Hasil tersebut menunjukkan bahwa hasil simulasi sudah sesuai dengan kondisi teoretis yang menyatakan bahwa besarnya frekuensi *cut-off*.



Gbr. 6 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk satu lapis medium konduktif.



Gbr. 7 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk dua lapis medium konduktif.



Gbr. 8 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk tiga lapis medium konduktif.

Pada simulasi kedua, dilakukan penambahan medium dielektrik pada struktur Kartesian. Seperti pada simulasi pertama, simulasi dengan medium dielektrik dilakukan dalam tiga skenario, yaitu simulasi satu lapis medium dielektrik dengan konstanta dielektrik (ϵr) 30, simulasi dua lapis medium dielektrik yang terbagi dalam volume yang sama untuk setiap lapis dengan nilai permitivitas (ϵr) 30 dan 1, serta simulasi tiga lapis medium dielektrik untuk volume setiap lapis yang sama dengan nilai permitivitas (ϵr) 30, 80, dan 1. Hasil simulasi satu lapis, dua lapis, dan tiga lapis medium dielektrik masing-masing ditunjukkan pada Gbr. 10 sampai Gbr. 12.



Gbr. 9 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk medium udara.



Gbr. 10 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk satu lapis medium dielektrik.



Gbr. 11 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk dua lapis medium dielektrik.

Pada simulasi dengan satu lapis medium dielektrik seperti yang ditunjukkan pada Gbr. 10, hasil perhitungan frekuensi cut-off yang didapatkan sebesar 102 MHz sedangkan dari simulasi didapatkan hasil frekuensi resonansi sebesar 203,54 MHz. Walaupun ada perbedaan yang cukup besar antara hasil perhitungan frekuensi cut-off dengan frekuensi resonansi hasil simulasi, tetapi hasil tersebut masih memenuhi kondisi yang Adanya perbedaan seharusnya. yang cukup besar menunjukkan bahwa frekuensi resonansi pertama yang muncul bukan pada mode TE₁₀ tetapi pada mode TE₂₀. Error vang diperoleh dari perbandingan frekuensi resonansi hasil simulasi terhadap hasil perhitungan teoretis yaitu sebesar 0,87%.



Gbr. 12 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat Kartesian untuk tiga lapis medium dielektrik.







Gbr. 14 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder dengan dua lapis medium konduktif.

Pada Gbr. 11, yaitu struktur Kartesian yang berisi dua lapis medium dielektrik, nilai frekuensi *cut-off* teoretis yang didapat sebesar 141,91 MHz sedangkan frekuensi resonansi yang didapat dari simulasi sebesar 224,31 MHz. Hasil simulasi dengan tiga lapis medium dielektrik yang ditunjukkan pada Gbr. 12 memberikan hasil perhitungan frekuensi *cut-off* dan frekuensi resonansi dari simulasi masing-masing sebesar 91,85 MHz dan 178,62 MHz. Sama seperti simulasi pada skenario pertama, dari hasil tersebut terlihat bahwa hasil frekuensi resonansi yang didapat dari simulasi bukan berada pada mode TE_{10} akan tetapi berada pada mode TE_{20} . Hal tersebut dapat terjadi karena frekuensi sumber eksitasi sebesar 1 GHz sehingga mode gelombang yang mungkin muncul adalah mode TE_{01} , TE_{10} , TE_{11} , TE_{20} , TE_{21} , dan TE_{31} . Oleh karena itu, hasil yang didapat dari ketiga simulasi ini sudah sesuai dengan teori. *Error* yang diperoleh dari perbandingan frekuensi resonansi hasil simulasi dan teoretis untuk skenario kedua dan ketiga masing-masing sebesar 2,03% dan 0,96%.

Frekuensi *cut-off* yang didapat dari struktur Kartesian dengan medium konduktif memiliki nilai yang sama dengan frekuensi *cut-off* pada struktur Kartesian dengan medium dielektrik. Besarnya frekuensi resonansi yang didapatkan juga sama seperti pada pemodelan dengan medium dielektrik. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa penambahan medium konduktif tidak berpengaruh terhadap frekuensi resonansi dari bidang yang disimulasikan.



Gbr. 15 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder dengan tiga lapis medium konduktif.



Gbr. 16 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder untuk medium udara.

B. Hasil Simulasi FDTD 3D pada Koordinat Silinder

Gbr. 13 sampai Gbr. 15 menunjukkan hasil simulasi untuk struktur silinder dengan satu lapis medium konduktif, dua lapis medium konduktif, dan tiga lapis medium konduktif. Dari hasil tersebut terlihat bahwa atenuasi amplitude yang terjadi pada struktur dengan tiga lapis medium konduktif lebih besar jika dibandingkan dengan atenuasi pada struktur dengan satu lapis maupun dua lapis medium konduktif. Besarnya konduktivitas efektif (σ_{eff}) untuk ketiga simulasi masingmasing sebesar 0,01, 0,004, dan 0,013. Besarnya atenuasi pada simulasi sebanding dengan besarnya hasil perhitungan σ_{eff} . Semakin besar nilai σ_{eff} , maka besarnya atenuasi akan semakin besar. Laju atenuasi amplitude untuk struktur pemodelan silinder dengan satu lapis, dua lapis, dan tiga lapis medium konduktif masing-masing sebesar 0,35 Np/m, 0,21 Np/m, dan 0,40 Np/m.



Gbr. 17 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder untuk satu lapis medium dielektrik.



Gbr. 18 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder untuk dua lapis medium dielektrik.



Gbr. 19 Hasil simulasi FDTD 3D pada koordinat silinder untuk tiga lapis medium dielektrik.

Sama halnya dengan simulasi pada struktur Kartesian, simulasi kedua pada struktur silinder diamati pada domain frekuensi dengan mengaplikasikan FFT pada hasil simulasi. Gbr. 16 menunjukkan hasil simulasi FDTD 3D pada struktur silinder dengan medium udara. Frekuensi *cut-off* yang diperoleh dari simulasi struktur silinder yang berisi udara sebesar 498,47 MHz. Frekuensi ini memiliki perbedaan yang cukup besar dibandingkan dengan frekuensi yang didapat pada simulasi struktur Kartesian di medium udara. Hal ini disebabkan oleh bentuk struktur silinder yang tidak sama persis dengan struktur Kartesian. Pada Gbr. 4 terlihat bahwa panjang busur pertama sebesar 30 mm, tetapi karena adanya pengaruh dari sudut φ , maka semakin besar jari-jari bidang, busur lingkaran semakin membesar, sehingga panjang busur lingkaran pada bagian atas bidang menjadi 610 mm. Dimensi struktur yang disimulasikan berpengaruh terhadap besarnya frekuensi *cut-off*. Dengan demikian, adanya ketidakhomogenan bentuk struktur silinder inilah yang menyebabkan frekuensi yang diperoleh tidak sama persis dengan frekuensi pada struktur Kartesian.

Simulasi kedua yang dilakukan adalah dengan menambahkan medium dielektrik pada struktur silinder. Hasil simulasi untuk ketiga skenario, yaitu untuk simulasi dengan satu lapis medium dielektrik, dua lapis medium dielektrik, dan tiga lapis medium dielektrik, ditunjukkan pada Gbr. 17 sampai Gbr. 19. Pada hasil simulasi pertama, yaitu pemodelan dengan satu lapis medium dielektrik, didapatkan frekuensi resonansi pertama sebesar 91,39 MHz, sedangkan pada hasil perhitungan didapatkan frekuensi cut-off sebesar 91 MHz. Struktur silinder dengan dua lapis medium dielektrik memiliki nilai frekuensi cut-off teoretis sebesar 138,24 MHz, sedangkan nilai frekuensi resonansi yang didapat dari simulasi sebesar 282,46 MHz. Pada struktur silinder dengan tiga lapis medium dielektrik besarnya frekuensi resonansi yang didapatkan dari hasil simulasi dan frekuensi cut-off hasil perhitungan teoretis masing-masing sebesar 91,85 MHz dan 84,53 MHz. Hasil ketiga simulasi tersebut telah memenuhi kondisi teoretis bahwa frekuensi resonansi lebih besar dibandingkan frekuensi cut-off. Error perbandingan frekuensi resonansi hasil simulasi terhadap hasil perhitungan teoretis untuk ketiga skenario yaitu sebesar 0,41%, 0,38%, dan 0,73%.

IV. KESIMPULAN

Metode FDTD dapat digunakan untuk memodelkan dan menganalisis propagasi gelombang pada struktur 3D baik dalam koordinat Kartesian maupun silinder. Besarnya laju atenuasi untuk ketiga skenario pada pemodelan dengan koordinat Kartesian yaitu sebesar 0,35 Np/m, 0,24 Np/m, dan 0,62 Np/m, sedangkan pada pemodelan dengan koordinat silinder sebesar 0,35 Np/m, 0,21 Np/m, dan 0,40 Np/m. Frekuensi resonansi yang didapatkan pada struktur 3D Kartesian dengan medium udara sebesar 558,706 MHz sedangkan pada struktur silinder sebesar 498,466 MHz. Perbedaan hasil tersebut disebabkan oleh dimensi silinder yang tidak sama persis dengan dimensi Kartesian sehingga frekuensi cut-off mengikuti bentuk dari struktur yang dimodelkan. Pada hasil simulasi dengan satu lapis medium, besarnya frekuensi resonansi yang didapatkan sebesar 203,54 MHz untuk struktur Kartesian dan 91,39 MHz untuk struktur silinder. Pada pemodelan dengan dua lapis medium besarnya frekuensi resonansi untuk struktur kartesian dan silinder masing-masing sebesar 224,31 MHz dan 282,46 MHz, sedangkan pada pemodelan dengan tiga lapis medium besarnya frekuensi resonansi yang diperoleh adalah 178,62

MHz untuk struktur Kartesian dan 91,85 MHz untuk struktur silinder. Perbandingan hasil simulasi pada koordinat silinder dengan koordinat Kartesian memberikan hasil yang sudah cukup mendekati dengan *error* terbesar yaitu 2,03% untuk simulasi pada koordinat Kartesian dan 0,73% untuk simulasi pada koordinat silinder.

Referensi

- K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equation in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 14, No. 3, hal. 302–307, Mei. 1966.
- [2] K. S. Yee dan J. S. Chen, "The Finite Difference Time Domain (FDTD) and the Finite Volume Time Domain (FVTD) Methods in Solving Maxwell's Equations," *IEEE Trans. Antennas and Propag.*, Vol. 45, No. 3, hal. 354–363, Mar. 1997.
- [3] A. Taflove dan S. C. Hagness, Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method 3rd ed., London, UK: Artech House, 2005.
- [4] A. F. Chan, "The Finite Difference Time Domain Method for Computational Electromagnetics", University of Southern Queensland, Project Report, hal. 1-294, 2006.
- [5] D. M. Hockanson, J. L. Drewniak, T. H. Hubbing, dan T. P. Van Doren, "FDTD Modelling of Thin Wires for Simulating Common-Mode Radiation from Structures with Attached Cables," *Proceeding* of *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 1995, hal. 168–173.
- [6] N. Dib, T. Weller, dan M. Scardelltti, "Analysis of 3-D Cylindrical Structures Using the Finite Difference Time Domain Method," *Proceeding of International Microwave Symposium Digest*, 1998, hal. 925–928.
- [7] M. F. Hadi, A.Z. Elsherbeni, "Numerical Dispersion and Stability for Three-Dimensional Cylindrical FDTD Near the Axis of Rotation," *Proceeding of 11th European Conference on Antenna and Propagation* (EUCAP), 2017, hal. 936–938.
- [8] N. H. Shabrina, A. Munir, "Analysis of Wave Characteristic Between Cylindrical and Cartesian System-Based Structure Using FDTD Method," Proceeding of 9th International Conference on Telecommunication Systems Services and Applications (TSSA), 2015, hal. 1–6.
- U. S. Inan dan R. A. Marshall, *Numerical Electromagnetics: The FDTD Method*, NY: Cambridge University Press, 2011.
- [10] A. Munir dan Edwar, "Computational Approach for Resonant Frequency Calculation of Coaxial Cavity Resonator Using Cylindrical Coordinate System-based FDTD Method," *Proceeding of 14th International Conference on Quality in Research (QiR)*, 2015, hal. 73–76.
- [11] A. D. Setiawan, H. Nusantara dan A. Munir, "Resonant Frequency Computation of Dielectric Material Loaded Circular Waveguide Using Cylindrical Coordinate System-Based FDTD Method," *Proceeding of 5th International Conference on Electrical Engineering* and Informatics (ICEEI), 2015, hal. 314–317.
- [12] A. Munir dan B. T. Ranum, "Cylindrical Coordinate System-Based Full Wave FDTD Computation for Resonant Frequency Calculation of Circular Cavity Resonator," *Proceeding of 1st International Conference on Wireless and Telematics (ICWT)*, 2015, hal. 1–4.
- [13] R. Rahmatillah, Chairunisa, dan A. Munir, "Numerical Analysis for Wave Propagation in Circular Waveguide Using Cylindrical Coordinate System-Based FDTD Method," Proceeding of International Conference of Advance Informatics: Concept, Theory and Application (ICAICTA), 2014, hal. 209–213.
- [14] R. E. Collin, Field Theory of Guided Waves 2nd ed., NY: John Wiley & Sons, 1991.