

## TINJAUAN ATAS 'FUNGSI' BERDASARKAN FILSAFAT MATEMATIKA

*Dwin Gideon Manalaksak*

**Abstract:** Definition of "Function" is mapping from domain to range. "Function" can be divided on logical function, mathematical function, and propositional function. Through the detectable functions man can find a systematic way to construct good reasoning. That "Function" can be resulted from a qualitative progress in which human get her/his knowledge. The systematization of that human action in acquiring knowledge will form the "function".

**Kata kunci:** Penalaran Matematis

Penemu logika adalah Aristoteles (382–322 SM), yang dituangkan dalam enam buah buku yang oleh muridnya diberi nama *To Organon*. Aristoteles, dalam keenam buku tersebut, mengembangkan analisis, interelasi, kuantifikasi, dan penggunaan proposisi dalam penalaran. Puncak analisis Aristoteles adalah ajaran silogisme dan keluasan pengetahuan berkaitan dengan pencarian term-tengah (Bagus, 2000: 520).

Metode geometri analitis Rene Descartes (1596–1650) dalam berfilsafat menjadi pilar penting bagi pengembangan logika. Dalam karya matematika yang terbit tahun 1637 berjudul *La Geometrie*, Descartes mencoba menggabungkan ajaran geometri yang sudah lama berkembang dengan aljabar yang masih baru (Purcell dan Varberg, 1999: 1). Sumbangan terpenting *La Geometrie* bagi perkembangan logika yakni Descartes meletakkan dasar metodologis yang memungkinkan berdirinya logika moderen yang lebih menekankan pada penggunaan metode matematika secara formal dalam bidang logika.

Di dalam logika, pertalian antara berbagai proposisi tidaklah sekedar untuk membentuk serangkaian proposisi yang memiliki pola tertentu, namun juga memiliki tujuan untuk menentukan nilai kebenaran (*truth value*). Untuk memperoleh kebenaran, maka masing-masing term dalam sebuah proposisi perlu diikat oleh aturan. Aturan yang mengikat proposisi dalam menyusun proses penalaran inilah yang dikenal sebagai "Fungsi". Istilah "Fungsi" telah muncul dalam geometri analitik Descartes tahun 1637. Leibniz memasukkan istilah ini ke dalam matematika pada 1694 dan Bernoulli menggunakan istilah tersebut pada 1698. Penggunaan dewasa ini sering dilambangkan dengan notasi " $f(x)$ " yang diperkenalkan oleh Euler pada 1734 (Bagus, 2000: 270).

### PENGERTIAN "FUNGSI"

Konsep fungsi dalam logika dan matematika umumnya diartikan sebagai pemetaan yang menghubungkan dua himpunan yang terpisah, yaitu daerah asal

---

*Dwin G. Manalaksak adalah alumni Fakultas Filsafat UGM. Tulisan ini disarikan dari skripsi di bawah bimbingan Dra. Sonjoruri Budiani T., M.A.*

antar himpunan. Persamaan atau kesamaan akan terjadi apabila jumlah anggota himpunan yang berhubungan adalah sama, sehingga satu anggota daerah asal berhubungan hanya dengan satu anggota daerah hasil (Edwards dalam Edwards vol. VII, 1967: 244).

Secara lebih luas, relasi dapat menghubungkan dua himpunan yang jumlah anggotanya tidak sama. Relasi bentuk ini dapat menghasilkan dua kemungkinan hubungan. Pertama, satu anggota himpunan daerah asal berhubungan dengan dua atau lebih dari dua anggota himpunan daerah hasil. Kedua, dua atau lebih dari dua anggota himpunan daerah asal berhubungan dengan satu anggota yang sama dalam daerah hasil. Bentuk relasi yang kedua mempersempit pengertian relasi menjadi fungsi. Sehubungan dengan hal ini, John Nolt mengatakan bahwa "...the most important thing to remember about function symbols is this : *An expression counts as a function symbol only if it has a unique denotation for every object in its domain*" (Nolt, 1997: 182). Berdasarkan pengertian simbol fungsi, dapat dikatakan bahwa fungsi merupakan relasi yang menghubungkan setiap anggota himpunan daerah asal dengan hanya satu anggota himpunan daerah hasil.

Penggunaan ubahan dapat terjadi pada matematika. Pada matematika, ubahan tidak mewakili subjek atau objek tertentu melainkan mewakili nilai yang digambarkan dengan angka. Pengertian fungsi dalam matematika dapat dipahami sebagai setiap ungkapan yang mengandung satu ubahan atau lebih. Beberapa contoh yang sering dijumpai antara lain " $y = x^2$ ", " $y = 2x^2 + 3x + 1$ ", " $y = \sin x$ ", " $y = \log x$ " dan sebagainya. Ubanan  $x$  sering disebut sebagai argumen fungsi dan  $y$  sebagai nilai fungsi.

Bagaimanakah hubungan antara penggunaan fungsi dalam bahasa biasa dengan konsep matematis tentang fungsi di atas? Untuk memahami hubungan tersebut, perlu memahami terlebih dahulu bentuk spesifik fungsi yang menggunakan bahasa biasa, yakni fungsi proposisional. Fungsi proposisional ini dikonsepsikan oleh Russell sebagai berikut : "A propositional function is simply any expression containing an undetermined constituent, or several undetermined constituents, and becoming a proposition as soon as the undetermined constituents determined" (Stebbing, 1950: 130). Secara rinci, Russell menjelaskan fungsi proposisional sebagai berikut:

"By a 'propositional function' we mean something which contains a variable  $x$ , and expresses a proposition as soon as a value is assigned to  $x$ . That is to say, it differs from a proposition solely by the fact that it is ambiguous : it contains a variable of which the value is unassigned. It agrees with the ordinary functions of mathematics in the fact of containing an unassigned variable; where it differs is in the fact that the values of the functions are propositions." (Stebbing, 1950: 131)

Menurut Frege, proposisi adalah penggambaran (deskripsi) yang dapat ditentukan benar atau salahnya. Nilai kebenaran diberikan pada pernyataan sehingga membentuk proposisi, yang memetakan pernyataan tersebut ke dalam nilai kebenaran. Fungsi yang memuat nilai kebenaran, oleh A. A. Stolyar disebut juga sebagai fungsi logis (*logical function*) (Stolyar, 1956: 26).

Dengan demikian, di samping memiliki pengertian secara umum sebagai pemetaan, fungsi di dalam logika matematika juga memiliki pengertian khusus, seperti fungsi matematis, fungsi proposisional dan fungsi logis. Persamaan ketiga fungsi dalam arti khusus tersebut adalah bahwa ketiganya merupakan pemetaan yang menghubungkan sekelompok hal sebagai daerah asal dengan sekelompok nilai pada daerah hasil. Perbedaannya adalah bahwa, pada fungsi matematis, baik himpunan daerah asal maupun daerah hasil merupakan angka, pada fungsi proposisional daerah asal merupakan term yang akan difungsikan dengan predikat proposisi, sementara daerah hasil merupakan proposisi yang dihasilkan oleh pemfungsian tersebut, dan pada fungsi logis daerah asal merupakan proposisi dan daerah hasil merupakan nilai kebenaran.

### **CARA KERJA “FUNGSI”**

Logika matematika menggunakan simbol dalam menganalisis proses penyimpulan. “Fungsi” sebagai rumusan dalam logika matematika bekerja dengan simbolisasi. Pembahasan fungsi tersebut dibedakan menjadi dua bentuk berdasarkan pembagian dalam logika matematika secara garis besar. Bentuk pertama adalah “Logika Pernyataan” (*propositional logic*), yang dikenal juga sebagai “teori tentang fungsi kebenaran” (*the theory of truth-functions*). Bentuk pertama ini membahas proposisi sederhana dan berbagai bentuk penggabungannya. Bentuk kedua adalah “Logika Sebutan” (*predicate logic*). Bentuk kedua ini menjadikan proposisi sederhana sebagai bahan penyelidikan, khususnya berkaitan dengan proposisi logis yang menggunakan term “beberapa” dan “semua” (Prior dalam Edwards vol. V, 1967 : 14). Berikut akan diuraikan cara kerja fungsi dalam dua bentuk utama logika matematika tersebut.

### **Logika Pernyataan (Propositional Logic)**

Kalimat atau pernyataan adalah materi utama Logika Pernyataan. Beberapa bentuk penggabungan sederhana, yaitu konjungsi, disjungsi, implikasi, bi-implikasi dan negasi. Kelima penghubung tersebut digolongkan ke dalam dua jenis penghubung berdasarkan banyaknya kalimat yang digabungkan. Penghubung “dan” (konjungsi), “atau” (disjungsi), “jika -, maka -” (implikasi) dan “jika dan hanya jika -, maka -” (biimplikasi) merupakan penghubung ganda (*dyadic operator*) karena menggabungkan dua kalimat menjadi satu kalimat baru, sedangkan penghubung “tidaklah benar bahwa” untuk negasi adalah penghubung tunggal (*monadic operator*) karena menggabungkan satu kalimat apapun dengan penghubung ini (Nolt, 1997: 29). Penggabungan kalimat sederhana selanjutnya dapat dipahami sebagai fungsi kalimat sederhana. Penghubung memberikan aturan yang membentuk kalimat sederhana menjadi kalimat gabungan, sehingga dapat dikatakan bahwa kalimat sederhana merupakan daerah asal fungsi yang berupa penggabungan kalimat yang membentuk daerah hasil yaitu kalimat penggabungan.

Selain memetakan kalimat sederhana ke dalam kalimat baru yang berupa kalimat gabungan, penggabungan kalimat juga memetakan kalimat sederhana ke dalam nilai kebenaran. Nilai “Benar” (B) akan berlaku pada kalimat yang sesuai

dengan kenyataan yang digambarkan dan nilai "Salah" (S) berlaku pada kalimat yang tidak sesuai dengan kenyataan. Berkaitan dengan penilaian, Nolt memberikan definisi bahwa "A valuation of a formula or set of formulas of propositional logic is an assignment of one and only one of truth values T and F to each of the sentence letters occurring in that formula or in any formula of that set" (Nolt, 1997 : 41).

Dengan menetapkan kalimat sederhana pertama sebagai  $P$  dan kedua sebagai  $Q$ , terdapat empat kemungkinan penilaian (Prior dalam Edwards vol. V, 1967 : 15) :

- (1)  $P$  Benar, dan  $Q$  Benar
- (2)  $P$  Benar, dan  $Q$  Salah
- (3)  $P$  Salah, dan  $Q$  Benar
- (4)  $P$  Salah, dan  $Q$  Salah

Keempat alternatif penilaian tersebut merupakan dasar bagi penilaian terhadap kalimat gabungan yang menggunakan penghubung ganda, yaitu konjungsi, disjungsi, implikasi atau bi-implikasi.

Aturan penilaian konjungsi didasarkan pada syarat kebenaran yang menyatakan bahwa konjungsi bernilai benar (B) jika dan hanya jika kedua proposisi yang digunakan sebagai penggabungnya bernilai benar (B) (Bergmann, 1998: 28). Syarat kebenaran untuk disjungsi menyatakan bahwa disjungsi bernilai salah (S) jika dan hanya jika kedua proposisi yang digunakan sebagai penggabungnya bernilai tidak benar (S). Implikasi bernilai salah (S) jika dan hanya jika proposisi pertama yang membentuknya bernilai benar (B) dan proposisi kedua tidak benar (S). Penilaian untuk biimplikasi didasarkan pada syarat kebenaran yang menyatakan bahwa biimplikasi bernilai benar jika kedua proposisi yang digunakan sebagai penggabungnya bernilai benar (B) atau bernilai tidak benar (S) keduanya. Penilaian terhadap keempat penggabungan menggunakan penghubung ganda tersebut dapat dirumuskan dalam tabel kebenaran sebagai berikut :

P	Q	$P \& Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	S	B	B	S
S	S	S	S	B	B

Bentuk operator logis yang terakhir adalah operator logis yang tunggal, yaitu negasi. Tabel kebenaran untuk negasi adalah :

P	$\sim P$
B	S
S	B

### **Logika Predikat (*Predicate Logic*)**

Logika predikat memperdalam pembahasan tentang penalaran pada proposisi yang berupa kalimat tunggal. Pada logika proposisional, simbol atau ubahan yang digunakan mewakili kalimat tunggal secara keseluruhan, seperti misalnya  $P$  dan  $Q$ . Pada logika predikat, kalimat sederhana diuraikan lagi menjadi term menurut kedudukan dalam susunan kalimat pada penyimbolan.

Pemetaan yang terdapat pada logika predikat adalah kuantifikasi. Pemfungsi kuantifikasi adalah pengkuantifikasi (*quantifier*) yang berupa frase “untuk semua  $x$ ” dan “ada  $x$  sedemikian rupa sehingga”. Pengkuantifikasi yang pertama disebut sebagai pengkuantifikasi semesta (*universal quantifier*) dan kerap kali disimbolkan dengan meletakkan lambang ubahan di dalam kurung, seperti  $(x)$ . Pengkuantifikasi yang terakhir disebut sebagai pengkuantifikasi eksistensial (*existential quantifier*), yang disimbolkan dengan  $(\exists x)$ .

Sehubungan dengan kuantifikasi, ada tiga hal yang perlu diperhatikan untuk memahaminya (Prior dalam Edwards vol. V, 1967: 20). Pertama, ubahan yang terdapat di dalam formula tersebut dibedakan dalam dua jenis: ubahan yang berada dalam keadaan terikat dan ubahan yang berada dalam keadaan bebas. Ubahan  $x$  yang bergantung pada pengkuantifikasi yang menggunakannya dalam formula tertentu, dinyatakan sebagai ubahan yang berada dalam keadaan terikat, sedangkan ubahan yang tidak bergantung pada pengkuantifikasi tertentu dinyatakan sebagai ubahan yang berada dalam keadaan bebas. Kedua, dengan kehadiran negasi, pengkuantifikasi universal dan eksistensial menjadi saling menjelaskan. Ketiga, pengkuantifikasi dapat digunakan di dalam formula yang melebihi satu tetapan predikat.

Pemetaan kuantifikasi menjadi penting di dalam logika predikat, karena simbolisasi yang terjadi membentuk fungsi proposisional dengan daerah asal yang bergantung pada luas ruang lingkup proposisi. Cara kerja fungsi yang berupa kuantifikasi dalam logika predikat memiliki tiga prinsip, yaitu :

1. Ekuivalensi kuantifikasional

Ekuivalensi kuantifikasi dirumuskan dalam prinsip sebagai berikut (Soekadijo, 2001 : 110–111) :

- a. Dua proposisi adalah ekuivalen jika keduanya identik, kecuali jika proposisi yang satu mengandung pengkuantifikasi universal, sedangkan proposisi yang lain mengandung pengkuantifikasi eksistensial yang didahului dan diikuti oleh tanda negasi;
- b. Dua proposisi adalah ekuivalen jika keduanya sama atau identik, kecuali jika proposisi yang satu mengandung pengkuantifikasi eksistensial, sedangkan proposisi yang lain memuat pengkuantifikasi universal yang didahului dan diikuti oleh tanda negasi;
- c. Dua proposisi adalah ekuivalen jika keduanya sama atau identik, kecuali jika proposisi yang satu memuat pengkuantifikasi universal yang didahului oleh tanda negasi, sedangkan proposisi yang lain memuat pengkuantifikasi eksistensial yang diikuti oleh tanda negasi;
- d. Dua proposisi adalah ekuivalen jika keduanya sama atau identik, kecuali jika proposisi yang satu memuat pengkuantifikasi eksistensial yang

didahului oleh tanda negasi, sedangkan proposisi yang lain memuat pengkuantifikasi universal yang diikuti oleh tanda negasi.

- e. Sebuah disjungsi yang salah satu proposisi penyusunnya berupa kuantifikasi universal ekuivalen dengan kuantifikasi universal disjungsi.
- f. Sebuah disjungsi yang salah satu proposisi penyusunnya menggunakan kuantifikasi eksistensial adalah ekuivalen dengan kuantifikasi eksistensial sebuah disjungsi.

## 2. Instansiasi

Instansiasi adalah substitusi atas lambang ubahan individual dengan tetapan individual. Instansiasi tidak hanya meliputi proses saja, melainkan juga hasil substitusi.

## 3. Generalisasi

Generalisasi dapat dibedakan menjadi dua, yaitu generalisasi universal dan generalisasi eksistensial. Generalisasi universal mempunyai prinsip bahwa proposisi singular secara sah menyimpulkan kebenaran kuantifikasi universalnya, dengan syarat bahwa individu dalam proposisi singular adalah individu yang dipilih tanpa pandang bulu. Sedangkan prinsip generalisasi eksistensial adalah penalaran sederhana berdasarkan kebenaran proposisi singular yang secara sah menyimpulkan kuantifikasi eksistensialnya (Soekadijo, 2001: 113).

## FILSAFAT MATEMATIKA

The Liang Gie memberikan pengertian filsafat matematika dengan menyatakan bahwa filsafat matematika merupakan sudut pandang yang menyusun dan mempersatukan pelbagai bagian dan kepingan matematik berdasarkan beberapa asas dasar (Gie, 1985: 32). Persoalan dalam filsafat matematika dapat diperinci menjadi tujuh persoalan, sebagai berikut (Gie, 1985: 53 - 57) :

- 1) Epistemologi matematik, yang menelaah matematika berdasarkan berbagai segi pengetahuan seperti kemungkinan, asal-mula, sifat alami, batas, asumsi dan landasan;
- 2) Ontologi matematik, yang mempersoalkan cakupan pernyataan matematik sebagai dunia yang nyata atau bukan;
- 3) Metodologi matematik, yang menelaah metode khusus yang dipergunakan dalam matematika;
- 4) Struktur logis matematik, yang membahas matematika sebagai struktur yang bercorak logis, yaitu struktur yang tunduk pada kaidah logika (*laws of logic*), yang mensyaratkan standard tinggi dalam ketelitian logis (*logical precision*), dan yang mencapai kesimpulan logis (*logical conclusions*) tanpa menghiraukan keadaan dunia empirik;
- 5) Implikasi etis matematis, yang berkaitan dengan dampak yang ditimbulkan oleh penggunaan matematika dalam pelbagai bidang kehidupan, yang dipandang dari sudut pandang etis;
- 6) Aspek estetis matematik, yang berkaitan dengan ciri seni dan keindahan matematika, yang diukur berdasarkan orisinalitas ide, kesederhanaan

dalil, dan kecemerlangan pemikiran; dan

- 7) Peranan matematik dalam sejarah peradaban, yang meliputi analisis, deskripsi, evaluasi, dan interpretasi tentang peranan matematik dalam peradaban sejak zaman kuno hingga abad modern.

Persoalan mendasar yang berhubungan dengan filsafat pada diskursus tentang “fungsi” dalam logika matematika adalah berkaitan dengan keberadaan himpunan, yang oleh fungsi dikenakan aturan padanan yang membuat himpunan berhubungan. Secara kefilsafatan, keberadaan himpunan berhubungan erat dengan persoalan tentang Ada, sehingga berada pada ranah ontologis. Dalam ranah ontologis, pembahasan tentang himpunan mencakup pembahasan tentang esensi, struktur dan jenis realitas yang terdapat dalam himpunan. Himpunan memiliki pengertian sebagai kumpulan hal yang mempunyai ciri dan sifat yang sama. Himpunan mempunyai esensi atau hakikat yang terletak pada kuantitas. Di dalam himpunan terdapat lebih dari satu realitas yang dibatasi oleh adanya persamaan ciri atau sifat. Hal ini menunjukkan bahwa himpunan merupakan realitas yang bersifat empirik karena ciri hal yang terdapat dalam himpunan berhubungan dengan pengamatan inderawi. Pengamatan inderawi yang dilakukan manusia menghasilkan dua bentuk pengetahuan, yaitu pengenalan dan pengertian. Hubungan antara pengenalan dan pengertian bersifat saling mempengaruhi, sehingga keduanya tidak dapat dipisahkan.

Hubungan antara realitas dengan penyusunan pengertian manusia berhubungan erat dengan studi fenomenologi. Studi fenomenologi yang mendalam terhadap aktivitas kesadaran dilakukan oleh filsuf kelahiran Cekoslowakia, Edmund Husserl (1859-1938). Husserl menamakan seluruh ciri benda yang masuk ke dalam kesadaran sebagai fenomena. Fenomena bersifat intensional, yang berarti selalu berhubungan dengan struktur kesadaran. Pemikiran ini berbeda dengan pemikiran sebelum Husserl, yang telah banyak dipengaruhi oleh pemikiran Descartes tentang *cogito*. Dalam pengertian *cogito*, kesadaran dipahami sebagai kesadaran tertutup, yang berarti kesadaran mengenali dirinya sendiri sebelum mengenali realitas (Bertens, 2002: 111). Dengan berpendapat bahwa fenomena berhubungan dengan intensionalitas, Husserl menyatakan bahwa kesadaran senantiasa terarah pada lingkungan sekitar manusia. Fenomena tertangkap oleh intensionalitas dalam proses persepsi dan hanya mungkin terjadi bila realitas menampakkan diri, sehingga terjadi korelasi antara kesadaran dengan fenomena (Bertens, 2002: 111).

Korelasi antara fenomena dengan kesadaran dimungkinkan terjadi oleh syarat yang dinamakan konstitusi.

“Dengan konstitusi dimaksudkan proses tampaknya fenomena-fenomena kepada kesadaran. Fenomena-fenomena mengkonstitusi diri dalam kesadaran, kata Husserl. Dan karena adanya korelasi antara kesadaran dan realitas yang disebut tadi, dapat dikatakan juga bahwa konstitusi adalah aktivitas kesadaran yang memungkinkan tampaknya realitas.” (Bertens, 2002: 112)

Di dalam kesadaran, fenomena berwujud sebagai perwakilan atas objek. Sartre menamakan perwakilan atas objek di dalam kesadaran dengan istilah imaji.

Konsep imaji Sartre mempunyai dasar pengertian pada fenomena dan konstitusi Husserl, yang terlihat pada penjelasan :

“Dengan demikian kata imaji hanya menunjukkan hubungan kesadaran dengan obyek; dengan perkataan lain, imaji berarti cara di mana objek menampakkan dirinya dalam kesadaran, atau suatu cara dimana kesadaran menghadirkan objek untuk kesadaran itu sendiri” (Sartre, 2001 : 11).

Bila pada Husserl, fenomena merupakan seluruh kenyataan sejauh disadari dan proses masuknya fenomena adalah konstitusi, maka pada Sartre, imaji merupakan penghimpunan pengertian antara fenomena dan konstitusi, yang hasilnya adalah terbentuknya representasi objek di dalam kesadaran, sehingga bilamana pengamatan tidak terjadi, objek tersebut tetap ada dalam kesadaran dalam bentuk perwakilannya.

Dalam kenyataan, manusia menjumpai objek yang tidak hanya bersifat tunggal. Imaji dalam kesadaran mempengaruhi proses kognitif terhadap keberadaan objek yang tidak bersifat tunggal. Saat subjek berada pada ruangan yang terdapat “meja”, “kursi”, “lemari” dan “vas bunga” misalnya, persepsi akan menangkap keseluruhan objek yang telah disebutkan, sesuai dengan setiap imaji dan menghasilkan imaji tentang keadaan ruangan yang berisi imaji tentang objek yang berada dalam ruangan beserta keadaan lain seperti pencahayaan, warna tembok dan sebagainya. Demikian pula saat subjek berhadapan dengan objek bukan tunggal yang memiliki kesamaan ciri, misalnya di dalam ruangan lain terdapat tiga buah meja yang bentuk dan warnanya sama. Kesadaran akan membentuk imaji dari tiga buah meja menjadi satu kesatuan. Berdasarkan gagasan tentang imaji, objek bukan tunggal mendapati landasan ontologisnya. Objek bukan tunggal akan menghasilkan imaji yang secara umum dapat dinamakan sebagai himpunan.

Sehubungan dengan fenomena, Husserl memperkenalkan istilah “endapan historis”, yang dapat digunakan untuk menyelidiki dasar ontologis himpunan. Penjelasan tentang “endapan historis” dapat diawali dengan :

“Suatu fenomena tidak pernah merupakan sesuatu yang statis; arti suatu fenomena bergantung pada sejarahnya. Ini berlaku baik bagi “sejarah” pribadi manusia maupun bagi sejarah umat manusia sebagai keseluruhan. “Alat” misalnya, bagi kita dalam zaman komputer tampak lain sekali daripada dalam zaman batu dulu. Dan juga kesadaran sendiri mengalami suatu perkembangan : sejarah kita selalu hadir dalam cara kita menghadapi realitas” (Bertens, 2002: 112).

Peranan sejarah dalam kesadaran mendapat dasar pada proses pembelajaran. Pembentukan kebiasaan manusia yang dipengaruhi oleh lingkungan sekitarnya sebagai pemberi stimulan terus berkembang sebagai akibat perkembangan lingkungan. Pengertian tentang hal tertentu akan terus diperbaharui oleh perubahan keadaan fenomena yang digambarkan dalam pengertian. Imaji yang diwakili oleh pengertian dapat berubah, sementara pengungkapan pengertian dalam bentuk isyarat tidak berubah. Dengan memiliki

memori, meskipun imaji dapat berubah, namun imaji yang sebelumnya sudah ada dalam kesadaran tidak otomatis menghilang. Hubungan antara memori dengan penyimpanan imaji membentuk “endapan historis” pengertian, yang terus mengalami pembaharuan dalam proses pembelajaran.

“Endapan historis” menghasilkan himpunan pada tingkatan pengertian. Berbeda dengan himpunan pada tingkatan imaji, himpunan pada tingkatan pengertian dapat dibentuk pada waktu yang berbeda. Pengamatan pertama dan kedua menghasilkan dua imaji yang hampir sama dari dua meja yang berbeda pada waktu dan tempat pengamatan yang berbeda. Kesamaan dapat disadari oleh pengamat karena ada “endapan historis” atas pengertian sesuatu berdasarkan pengamatan pertama saat imaji dari pengamatan kedua terbentuk. “Endapan historis” setelah pengamatan kedua terbawa pada saat imaji terbentuk dari pengamatan ketiga, sehingga memungkinkan terjadinya pembaharuan atas pengertian. Pembaharuan berbentuk penambahan imaji dari pengamatan ketiga kepada pengertian, sehingga pengertian sesuatu mewakili tiga imaji.

Pengertian kemudian dihubungkan dalam pengungkapan pikiran menjadi term dan pernyataan. Term dapat dibentuk oleh satu pengertian atau lebih dengan ketentuan bahwa term yang tersusun oleh lebih dari satu pengertian hanya menggambarkan satu pengertian saja, misalnya term “meja” dan term “itu” merupakan pengertian yang terpisah, tetapi dapat digabungkan menjadi term “meja itu” yang mewakili satu pengertian yang baru. Term menyusun pernyataan dan pernyataan yang menggambarkan keadaan tertentu yang dapat disesuaikan dengan kenyataan adalah proposisi. Karena proposisi mempunyai susunan yang berlaku umum, maka terjadilah simbolisasi.

Di samping bentuk proposisi yang berkaitan dengan kedudukan, kuantitas dan kualitas term, proposisi juga mempunyai isi, yaitu makna, yang merupakan fenomena yang digambarkan. Makna pada proposisi dapat dibedakan menjadi dua, yaitu makna pasca-pengalaman dan pra-pengalaman. Makna pasca-pengalaman adalah makna yang dihasilkan setelah kesadaran menangkap fenomena atau setelah konstitusi terjadi. Berdasarkan prinsip korespondensi, makna pasca-pengalaman sesungguhnya mengandung kualitas non-inderawi yaitu kebenaran. Makna pra-pengalaman adalah makna yang diperoleh sebelum konstitusi terjadi. Namun demikian term yang menyusun proposisi merupakan hasil “endapan historis” fenomena yang telah ditangkap oleh kesadaran. Proposisi “Meja hijau itu akan dicat biru” misalnya, menunjukkan kenyataan yang belum terjadi, sehingga yang sebelum konstitusi, tetapi di dalam kesadaran telah terbentuk pengertian dari term yang menyusun proposisi. Tidak seperti makna pasca-pengalaman, makna pra-pengalaman hanya mengandung kemungkinan kebenaran. Proposisi “Meja hijau itu akan dicat biru” akan mengandung kebenaran setelah terjadi peristiwa yang menghasilkan fenomena yang dapat dituangkan dalam proposisi “Meja hijau itu dicat biru”, sedangkan bila peristiwa tidak terjadi maka proposisi “Meja hijau itu akan dicat biru” tidak mengandung kebenaran.

Proposisi yang memiliki makna pasca-pengalaman dapat digunakan pada penalaran induktif. Hasil penalaran induktif adalah generalisasi. John Stuart Mill

mengemukakan adanya lima metode dalam induksi, yaitu Metode Persamaan, Metode Perbedaan, Metode Gabungan antara Persamaan dan Perbedaan, Metode Residu dan Metode Variasi. Metode Mill dapat disimpulkan dengan menyatakan bahwa metode Mill didasarkan pada hubungan sebab-akibat atau hubungan kausal (Soekadijo, 2001: 153).

Prinsip kausalitas terdapat pada fungsi. Penerapan prinsip yang paling eksplisit tentu saja pada bentuk penggabungan implikasi dan bi-implikasi, yang secara langsung menggunakan hubungan dalam proposisi "jika P, maka Q" dan "jika dan hanya jika P maka Q", di dalam logika proposisional. Pada penggabungan proposisi secara umum, hubungan kausalitas terdapat pada penilaian yang penyebabnya adalah syarat kebenaran.

Pada kalkulus yang menggunakan fungsi matematis, prinsip kausalitas mempunyai dasar penerapan yang sama dengan dua kalkulus di atas, yang berarti adanya aturan yang telah ditetapkan, yang menyebabkan diperolehnya hasil bila aturan tersebut menggunakan pengertian, yaitu pengertian bilangan tertentu. Berlakunya prinsip kausalitas pada logika matematika menjadikan fungsi sebagai alat yang berguna bagi kehidupan manusia. Pertemuan logika dengan matematika, menghasilkan fungsi sebagai aturan penalaran. Perpaduan antara logika dan matematika dijelaskan oleh Russell, sebagaimana dikutip The Liang Gie, sebagai berikut :

"But both have developed in modern times : logic has become more mathematical and mathematics has become more logical. The consequence is that it has now become wholly imposible to draw a line between the two; in fact, the two are one. They differ as boy and man : logic is the youth of mathematics and mathematics is the manhood of logic" (Gie, 1985 : 20)

Dalam sejarah, matematika telah berpengalaman sebagai "penyelesai masalah" (*problem solver*) dalam persoalan yang berhubungan dengan angka, seperti penghitungan tanah, harta warisan dan sebagainya. Logika sebagai alat metodologis bagi berfilsafat seringkali berhubungan dengan kesahihan penalaran. Pertemuan logika dengan matematika menghasilkan *problem solver* yang sah bagi persoalan yang dihadapi oleh manusia. Dengan diperkenalkannya dasar kuantifikasional pada logika, persoalan yang dapat dipecahkan oleh matematika tidak terbatas pada persoalan menggunakan angka, melainkan segala persoalan yang dapat diselesaikan dengan deduksi maupun induksi.

## KESIMPULAN

"Fungsi" merupakan sesuatu yang bereksistensi karena dapat ditangkap oleh pengenalan manusia, yang merupakan landasan ontologis bagi "Fungsi" dalam Logika Matematika. Dengan menggunakan "Fungsi" dapat dibuktikan kesahihan penalaran secara deduksi. Formalisasi yang terjadi pada penalaran mengikat proses penarikan kesimpulan agar dapat ditentukan kesahihannya. Sekumpulan aturan yang menghasilkan formalisasi tersebut merupakan hasil pembelajaran manusia terhadap kenyataan. Dengan demikian, dapat dikatakan

bahwa “Fungsi” merupakan hasil dari sistematisasi atas cara manusia memperoleh pengetahuan, yang berwujud formalisasi terhadap penalaran.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- Bagus, Lorens, 2000, *Kamus Filsafat*, Gramedia, Jakarta.
- Bergmann, Merrie, Moor, James and Nelson, Jack, 1998, *The Logic Book*, The McGraw-Hill Companies, New York.
- Bertens, K., 2002, *Filsafat Barat Kontemporer : Inggris-Jerman*, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- Edwards, Paul, Alston, William P., Prior, A. N., “*Russell, Bertrand Arthur William*”, dalam Edwards, Paul (editor in chief), 1967, *The Encyclopedia of Philosophy* vol. VII, The Macmillan Company & The Free Press, New York, hal: 235 – 258.
- Gie, The Liang, 1985, *Filsafat Matematik Bagian Kesatu : Pengantar Perkenalan*, Supersukses, Yogyakarta.
- Nolt, John, 1997, *Logics*, Wadsworth Publishing Company, Belmont.
- Prior, A. N., “*Logic, Traditional*”, dalam Edwards, Paul (editor in chief), 1967, *The Encyclopedia of Philosophy* vol. V, The Macmillan Company & The Free Press, New York, hal: 34 – 45.
- Purcell, E. J. dan Varberg, Dale, 1987, *Calculus and Analytic Geometry* 5th Edition, Prentice-Hall Inc., diterjemahkan oleh I Nyoman Susila, Bana Kartasmita dan Rawuh, 1999, *Kalkulus dan Geometri Analitis*, Erlangga, Jakarta.
- Sartre, Jean-Paul, 1972, *The Psychology of Imagination*, The Citadel Press, New Jersey, diterjemahkan oleh Silvester G. Sukur, 2001, *Psikologi Imajinasi*, Yayasan Bentang Budaya, Yogyakarta.
- Stebbing, L.S., 1950, *A Modern Introduction to Logic*, Methuen & Co. Ltd, London.
- Stolyar, A. A., 1970, *Introduction to Elementary Mathematical Logic*, The Massachusetts Institute of Technology Press, Massachusetts.
- Soekadijo, R. G., 2001, *Logika Dasar : Tradisional, Simbolik, dan Induktif*, Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.